فاعلية نموذج Lesh للتمثيلات الرياضية المتعدّدة
في تنمية مهارات الحِسّ العددي لدى طلاب المرحلة الابتدائية

إعـــــداد

د/ سعود مترك سياف

أستاذ مساعد المناهج وطرق تدريس الرياضيات

كلية التربية– جامعة الباحة

فاعلية نموذج Lesh للتمثيلات الرياضية المتعدّدة في تنمية مهارات الحِسّ العددي لدى طلاب المرحلة الابتدائية

د/ سعود مترك سياف*

المستخلص:

هدف البحث إلى الكشف عن فاعلية نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة في تنمية مهارات الِحس العددي لدى طلاب المرحلة الابتدائية، وتكوَّن مجتمع الدراسة من طلاب الصف السادس الابتدائي بمحافظة بيشة، بالمملكة العربية السعودية. واشتملت العينة على (٢٤) طالبًا، واعتمدت الدراسة على المنهج شبه التجريبي، والتصميم الجريبي القائم على المجموعة الواحدة مع التطبيقين القبلي والبعدي. ولتحقيق أهداف الدراسة أعدَّ الباحث دليلًا للمعلم، واختبارًا لمهارات الحس العددي اسْتُخدم أداةً للدراسة. توصلت نتائج الدراسة إلى أن استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة ذو فاعلية في زيادة درجات الكسب في مهارات الحس العددي والمتمثلة في مهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد، ومهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد، ومهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد، ومهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي، ومهارة التأكد من معقولية الإجابة، وأوصت الدراسة بضرورة تدريب معلمي الرياضيات على استخدام نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة في تدريس الرياضيات، لما له من أهمية في تنظيم الأفكار وجعل الرياضيات أكثر عمقاً وتشويقاً.

الكلمات المفتاحية: نموذج Lesh التمثيلات الرياضية المتعدّدة، الحس العددي، مهارات الحس العددي.

* **د/ سعود مترك سياف:** أستاذ مساعد المناهج وطرق تدريس الرياضيات– كلية التربية– جامعة الباحة.

The Effectiveness of Utilizing Lesh's Model of Multiple Mathematical Representations in Developing the Numerical Sense Skills of Primary School Students

Abstract:

The aim of the study was to reveal the effectiveness of the Lesh model of multiple representations in developing the numerical sense skills of primary school students. The study community consisted of sixth grade primary school students in Bisha Governorate, Kingdom of Saudi Arabia. The sample included (24) students. The study relied on the quasi-experimental approach and the experimental design based on one group with pre- and post-applications. To achieve the objectives of the study, the researcher prepared a teacher's guide and a test of numerical sense skills that was used as a study tool. The results of the study concluded that using the Lesh model of multiple representations is effective in increasing the degrees of gain in numerical sense skills, which are represented in the skill of perceiving the absolute and relative quantity of the number, the skill of perceiving the relative effect of operations on numbers, the skill of analyzing and composing numbers and renaming the number, the skill of perceiving mental calculation strategies and approximate estimation, and the skill of verifying the reasonableness of the answer. The study recommended the necessity of training mathematics teachers to use the Lesh model of multiple representations in teaching mathematics, due to its importance in organizing ideas and making mathematics more profound and interesting.

Keywords: Lesh's Model of multiple mathematical representations, number sense, numerical sense skills.

المقدمة:

أولت المملكة العربية السعودية أهميةً كبيرةً لتطوير التعليم من أجل بناء جيلٍ واعدٍ يمتلك ثقافات متنوّعة ومُرتكِزة على تعليم راسخ. وقد رسمت المملكة من خلال رؤية الوطن ٢٠٣٠ انطلاقةً جديدةً إلى التميز والرقي في تطوير التعليم عبر شتى مراحله ومختلف مناهجه وطرقه. فعملت على تطوير وبناء المناهج وفق فلسفة تربوية رائدة تُواكب مقتضيات العصر، وترتقي بطرق التدريس التي تجعل الطالب هو المحور، بالتركيز على بناء المهارات وصقل الشخصية وزرع الثقة وبناء روح الإبداع. والنظر إلى الرياضيات في ضوء الاتجاهات الحديثة نظامًا متسقًا يهدف إلى تنمية التفكير والتواصل والقدرة على مواجهة المشكلات، ومن أهم خصائص هذا النظام الاستمرارية في النمو والتفسير بحسبانه أحد الخصائص الهامة للإنسان.

ويُعدُّ الحس العددي من المفاهيم المعاصرة التي أكّدت على أهميتها المنظمات المهنية المتعلّقة بتربويات الرياضيات. وقد جاء المعيار السادس من وثيقة معايير التقويم والمنهج للرياضيات المدرسية التي صدرت عن المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) بالتأكيد على أهمية الحس الرياضي مفهومًا معاصرًا. حيث وضعت الأعداد والعمليات عليها في المرتبة الأولى من معايير المحتوى الرياضي بحسبانها محوراً هاماً يدور حوله تعليم الرياضيات المدرسية وتعلّمها في مراحل التعليم كافة (ظواهري، ٢٠٢١). وجاء في الوثيقة إنّ تعلّم الرياضيات نشاط موجه نحو تنمية الحس الرياضي، والذي يُعدُّ الحس العددي أحد أشكاله الأساسية (العنزي، ٢٠٢٣)، حيث يشير إلى الفهم العام للأعداد والعمليات عليها، ويتضمّن كذلك القدرة على استخدام هذا الفهم بطرق تتّسم بالمرونة لصناعة أحكام رياضية، بالإضافة إلى إعداد استراتيجيات معرفة لمعالجة الأعداد والعمليات عليها (عباد، ٢٠٢٢). وعلى الجانب الآخر يلُقي الضوء على الميل والقدرة على استخدام الأعداد بطرائق كمية في معالجة وتفسير المعلومات المتاحة والاتصال الحياتي (Howden, 2018).

إن التحدي الحقيقي الذي يواجه معلمي الرياضيات هو كيفية اختيار الوسائل وطرق التدريس لتنمية بعض المفاهيم الحديثة مثل الحس العددي في مجال تعليم الأعداد والعمليات عليها، وخاصة في المراحل الأولى من تعليم الرياضيات. بالإضافة لذلك يجب أن يهتم معلمي الرياضيات باستخدام طرائق التدريس في تقديم موضوع الكسور والأعداد العشرية والعمليات عليها لطلاب المرحلة الابتدائية من أجل تنميه الحس العددي لديهم (Berch, 2019).

ويشير أحمد (٢٠٢١) إلي أن التمثيلات الرياضية تُعدُّأحد المداخل الرئيسة لتنمية مهارات الحس العددي، بحيث ينتقل الطالب بسهولة بين العالم الحقيقي للكميات، وبين عالم الأعداد

والتعابير الرقمية. كما أنها تساعد في قراءة مسارات الحس العددي لدى الطلاب، حيث يتبيّن من خلال مستويات التمثيلات الرياضية مدى امتلاك الطلاب مهارات التعبير عن المقادير، واستخدام خط الأعداد، بالإضافة إلى التعبير عنها باستخدام اليدويات التي تمكّن من بناء صورة ذهنية صحيحة حول المفهوم الرياضي بما يضمن تطوّر البناء المفاهيمي لدى الطلاب دون تصورات بديلة أو أخطاء شائعة أو صعوبات تعليمية في الجانب المفاهيمي (Horton, 2020).

وفي هذا السياق وضع Lesh نموذجاً للتمثيلات المتعدّدة يعتمد على تمثيل الأفكار والمفاهيم الرياضية بأشكال مختلفة، تتضمّن اللغة، أو الرموز أو الاشكال الحقيقية أو النماذج المحسوسة أو الأوضاع الحقيقية، وعملُ الروابط بين هذه التمثيلات المختلفة، مثل تحويل الرموز إلى لغة أو صورة، أو من خلال تبسيط للواقع الحقيقي وتوضيحه بالرموز، أو بمثال حقيقي من واقع الحياة.

ومن هذا المنطلق جاء هذا البحث الذي يتناول نموذج Lesh أحد النماذج الخاصة بالتمثيلات المتعدّدة، والذي يعتمد على تمثيل المفاهيم والأفكار بتمثيلات مختلفة، وربطها بالواقع الحقيقي، لبيان فاعليته في تنمية الحس العددي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي.

المشكلة:

يواجه تعلّم وتعليم الرياضيات اتجاهات سلبية وعزوفاً وتدنياً في التحصيل، ويعبّرُ عنه المعلمون بوضوح جلي في جميع المراحل التعليمية ويظهر هذا التدني بوضوح في فرع الحساب المبني على الأعداد والعمليات عليها (عباد، ٢٠٢٢). وهناك أسباب كثيرة ومتداخلة لهذه المشكلة، ربما يعود بعضها إلى أسلوب المعلمين المُتبع في التدريس الذي يقوم على النظرية السلوكية المبني على التمرين والتكرار دون معنى وفهم ومعرفة واعية؛ مما يؤدي إلى اقتصار اعتماد الطالب على الإجراءات والمهارات الذهنية وإهمال الفهم والتفكير والتأمل وإهمال الحس العددي والاكتفاء بحفظ الحقائق والمفاهيم دون معنى (العنزي، ٢٠٢٣). ولقد حظي الحس العددي مؤخراً باهتمام كبير في أماكن متعدّدة من العالم، بحسبانه إن تعلّم الرياضيات هو نشاط موجه نحو تنمية الحس الرياضي، ويُعدُّ الحس العددي أحد أشكاله الأساسية (Berch, 2019). ويعرّف بأنه الفهم والوعي بالأعداد والعمليات عليها واستعمال التفكير المنطقي والتقدير؛ بحيث يستطيع الطالب الذي يمتلك هذا الحس ببساطة الربط بين ما تعلّمه في السابق وبين المهارات والمفاهيم الرياضية الحديثة، ويكون على ثقة بأن خطواته سوف توصله إلى الحل الصحيح (ظواهري، ٢٠٢١). ويري كل من (الصمعين، ٢٠٢٠؛ Howden, 2018) أنّ الحس العددي مصطلح يحتاج إلى تحليل نظري بدلاً من إعطائه تعريفًا محددًا، وهو عبارة عن تفكير مفاهيمي

أو استدلالي مفاهيمي. بمعنى إنّ الحس العددي يشتمل على المرونة الحسابية للأعداد والتقدير العددي وإصدار أحكام كمية واستدلالية. ويتفق معه كل من (أحمد، ٢٠٢١؛ الكثيري، ٢٠٢١) في أن الحس العددي فكرة ليست محدودة، وتغطى مدى التفكير العددي. ويضيف جين (Jane, 2015) إنّ الحس العددي ليس وصفاً للمهارات والمفاهيم، ولكنه عملية تجهيز ومعالجة للقدرة على التفكير وإدراك السببية، والمرونة في التعامل مع الأعداد، والقدرة على الحكم والتقدير لنواتج العمليات، والنظرة العملية للعدد، والقدرة على استخدامه في مواقف متعدّدة، بالإضافة إلى التقدير الحسابي وحل المشكلات التي تتعلّق بالأعداد.

ولتنمية الحس العددي يجب أن يتخلى معلمو الرياضيات عن طرق التدريس التقليدية التي تعتمد على الحفظ والاستظهار للخوارزميات في إجراء العمليات الحسابية على الأعداد، وأن يهتموا بتنمية الفهم والإدراك العام للأعداد والعمليات عليها باستخدام طرق تدريس تتسم بالمرونة في تعليم الطلاب على حل المشكلات المألوفة وغير المألوفة على الأعداد والعمليات عليها. بالإضافة إلى الاهتمام بالحساب الذهني والتقدير، مما يترتب عليه أن يتكوّن لدى الطلاب الحس العددي الذي يساعدهم على فهم الخوارزميات التي يستخدمونها في إجراء العمليات الحسابية بدلًا من اعتمادهم على حفظ تلك الخوارزميات وترديدها دون فهم لها.

كما إنّ هناك العديد من الدراسات التي تؤكّد على الحاجة لتنمية الحس العددي وعلى أهمية تدريسه وتعلّمه في الرياضيات منها دراسات (الخليفة، ٢٠٢٣؛ Salazar, 2017؛ Berch, 2019) حيث أكّدت هذه الدراسات على أهمية تنمية الحس العددي باعتباره هدفًا مباشراً من أهداف تدريس الرياضيات، وبخاصة في المراحل الأولى من التعليم. كما أكّدت دراسات (العجمي، ٢٠٢٢؛ عباد، ٢٠٢٢؛ حجاج، ٢٠٢٠؛ Norman, 2017) على الأثر الإيجابي لتغيير الطريقة التقليدية في التدريس بطرق أخرى وأثرها الفاعل على تنمية الحس العددي للطلاب.

وتنادي النظرية البنائية التي ظهرت نتيجةً لعدم كفايات نظريات التعلّم في تكوين المعرفة بشكل صحيح كما أشار هاودن (Howden, 2018) بأهمية التواؤم مع فسيولوجيا العقل البشري وتجسيد مفهوم التعلّم كعملية بناء. وأشارت دراسة آل وارد (٢٠٢٢) إلى أن عملية التدريس يجب أن تهتم بالبحث عن طرق تدريسية حديثة تتلاءم مع عقل الإنسان وكيفية عمله للوصول بالطالب إلى أعلى مستوى من الكفاءة الفاعلة والأداء في جميع مستوياته، وتؤكّد على أهمية التجريب والاكتشاف للانتقال من طرق التدريس التقليدية إلى طرق ووسائل حديثة.

وفي هذا السياق يرى كل من (العنزي، ٢٠٢٣؛ والرفاعي، ٢٠٢٢) إنّ استخدام التمثيلات المتعدّدة تساعد الطلاب على استيعابهم المفاهيم الرياضية وتعميقها وحل المسائل الرياضية،

وأنه يجب التعامل مع التمثيلات المتعدّدة، كعناصر أساسية في دعم تعلّم الطلبة للمفاهيم الرياضية، وفي إيصال الفهم للطالب نفسه وللآخرين، ويضيف الكثيري (٢٠٢١) انها تساعد التمثيلات أيضاً في تنظيم أفكار الطلبة. حيث تُعدُّ مهمةً للتفكير لأنها تجعل الأفكار الرياضية أكثر صلابة وتساعد الطلاب، على التعرّف على العناصر الرياضية المختلفة للأوضاع الرياضية المختلفة (أحمد، ٢٠٢١). هذا فضلاً عن أن استخدام التمثيلات المتعدّدة من شأنها أن تطوّر مسارات التعلّم لدى الطلاب، والتي تمكّنهم من بناء روابط معرفية بين المفاهيم (ظواهري، ٢٠٢١). فالتمثيلات المتعدّدة توظف حواس الطالب المختلفة في عملية التعلّم كما أنها تجعل من حصة الرياضيات أمراً مسلياً، فالطالب عندما يتفاعل ويشارك في الموقف التعليمي، ويظهر لديه أهمية الموضوعات الرياضية التي يدرسها وذلك من خلال توظيف أساليب قريبة من حياة الطالب؛ ولعل هذا يساعد على تنمية الميول الإيجابية نحو الرياضيات وتعلّمها، حيث تنقل المحتوى الرياضي من صيغته الرياضية الرمزية إلى صيغ متنوعة تتضمن الرموز والأشكال والجداول، والمتغيرات.

لقد أشارت العديد من الدراسات إلى أهمية التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات خاصة بعد صدور العديد من وثائق معايير تعليم الرياضيات في المحتوى والعمليات وأساليب التقويم على المستويين المحلي والدولي (الخليفة، ٢٠٢٣). فقد بيّنت نتائج دراسة جين (Jane, 2015) فاعلية التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات واكتساب المفاهيم وبناء الميول نحو الرياضيات المدرسية لدى طلاب الصف السادس الابتدائي، حيث تسهم التمثيلات الرياضية في تحقيق الفهم العميق للمحتوى الرياضي، كما تعطي للطلاب فرصة التعبير عن أفكارهم بتمثيلات متعدّدة يستطيعون من خلالها تطوير أفكارهم وتطوير بنيتهم المعرفية في الرياضيات، وتُسهم في تنمية مهاراتهم في توظيف هذه التمثيلات لاستيعاب مواقف رياضية جديدة. كما أشار كل من (السيد، ٢٠٢٢؛ عباد، ٢٠٢٢) إلى أن استخدام التمثيلات المتعدّدة في تدريس الرياضيات تساعد في تقليل الأخطاء الشائعة في بناء المفاهيم الناتجة عن الممارسات التقليدية في التدريس خاصة التدريس المباشر القائم على تقديم مجموعة من الأمثلة لوصف المفاهيم في صيغة رمزية، كما تساعد في عمليات بناء النماذج والأنماط الرياضية وتوصيف العلاقات باستخدام المتغيرات البصرية نحو بناء التعميمات أو الاستدلالات الرياضية المرتبطة بالمفاهيم.

على الرغم من أهمية الحس العددي ومهاراته للطلاب في مختلف مراحل التعليم، إلا أن طلاب مرحلة التعليم الأساسي بوجه عام وطلاب المرحلة الابتدائية بوجه خاص لديهم قصور في الحس العددي ومهاراته، والتي تتعلّق بقدرة الطالب على إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد، وعلاقته بالأعداد التي تكبره أو تصغره، وكذلك قدرته على إدراك الأثر النسبي لبعض العمليات

على الأعداد، والقدرة على إدراك العلامة العددية المميزة لبعض هذه العمليات، والقدرة على إجراء عمليات التقدير التقريبي والحساب الذهني.

كما إنّ الواقع الحالي في تدريس الرياضيات داخل فصول المدارس الابتدائية يظهر قصورًا واضحًا في استخدام الأنشطة والمداخل والاستراتيجيات التدريسية التي تهدف إلى تنمية قدرات الطالب على امتلاك القدرات التي تنمي لديه الحس العددي، وهذا ما لاحظه الباحث من خلال حضور بعض حصص الرياضيات في بعض المدارس الابتدائية أثناء التدريب والمتابعة والإشراف على معلمي الرياضيات في المرحلة الابتدائية، وكذلك الاطلاع على الاختبارات التي يضعها معلمو الرياضيات لهذه الصفوف، والتي خلت من أي مفردات تقيس مهارات الحس العددي.

وقد أشارت نتائج عدد من الدراسات إلى النتيجة نفسها وهي إنّ طلاب المرحلة الابتدائية لديهم قصور في مهارات الحس العددي، ومنها دراسات (العجلان، ٢٠٢٣؛ آل وارد، ٢٠٢٢؛ Berch, 2019) والتي اتفقت نتائجها على أن الحس العددي هو ذلك الجزء من الحس الرياضي الذي يركّز على المنظومة العددية حيث يهدف إلى تنمية المفهوم العام للأعداد والعمليات عليها والقدرة على إدراك حجم العدد ومقارنته بأعداد أخرى، بالإضافة إلى المرونة في تنمية استراتيجيات متعدّدة للحساب الذهني والتقدير التقريبي وانتقاء العلامة العددية المميزة. كما تشير دراسات (العبد الواحد، ٢٠٢٣؛ عباد، ٢٠٢٢؛ الجوعاني، ٢٠٢١) إلى أن الحس العددي يتضمّن فهم النظام العددي كما يتطلب وجود مخزون للمهارات الحسابية ومهارة في حل المشكلات العددية.

وهذا ما أثار اهتمام الباحث للقيام بالدراسة الحالية من أجل معرفة إلى أي مدى يُمكن تنمية مهارات الحس العددي في الكسور والأعداد العشرية لدى طلاب الصف السادس الابتدائي باستخدام نموذج Lesh كأحد النماذج الخاصة بالتمثيلات المتعدّدة، لبيان فاعليته في تنمية الحس العددي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي.

أسئلة البحث:

تمثّل السؤال الرئيس للبحث في: **ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة في تنمية الحس العددي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي؟**

وتفرّع منه الأسئلة التالية:

١. ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة في تنمية مهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد لدى طلاب الصف السادس الابتدائي؟

٢. ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة في تنمية مهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد لدى طلاب الصف السادس الابتدائي؟
٣. ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة في تنمية مهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد لدى طلاب الصف السادس الابتدائي؟
٤. ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة في تنمية مهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي؟
٥. ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة في تنمية مهارة التأكّد من معقولية الإجابة لدى طلاب الصف السادس الابتدائي؟
٦. ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة في تنمية إجمالي مهارات الحس العددي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي؟

الفروض:

تمثلت فروض البحث فيما يلي:

١. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد لصالح التطبيق البعدي.
٢. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارات مهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد لصالح التطبيق البعدي.
٣. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد لصالح التطبيق البعدي.
٤. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي لصالح التطبيق البعدي.
٥. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة التأكد من معقولية الاجابة لصالح التطبيق البعدي.
٦. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لإجمالي مهارات الحس العددي لصالح التطبيق البعدي.

أهداف البحث:

هدف البحث إلى:

- الكشف عن فاعلية نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة في تنمية مهارات الحس العددي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي.
- إعادة صياغة وحدة الكسور العشرية باستخدام نموذج Lesh التمثيلات المتعدّدة.
- تنمية مهارات الحس العددي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي.

أهمية البحث:

جاء هذا البحث استجابة لما يُنادي به التربويون من ضرورة مسايرة الاتجاهات الحديثة في تدريس الرياضيات واستخدام استراتيجيات ونماذج متنوّعة لتنمية مهارات الحس العددي؛ باعتبار إنّ تطوير تعليم وتعلّم الرياضيات وتحسين أساليبه يمكن أن يؤدي إلى تحسين مخرجات التعلّم التي يحقّقها طلاب الصف السادس الابتدائي من تطبيق التمثيلات المتعدّدة وفقاً لنموذج Lesh المستخدم في هذا البحث، ومن المتوقع أن يسهم البحث في الآتي:

- تفيد مخططي ومطوري مناهج الرياضيات في تضمين نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة.
- توجيه أنظار المسؤولين عن العملية التعليمية بضرورة تشجيع المعلمين على استخدام نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة بوصفه نموذج تدريس حديث، وتعريفهم بأهمية تنمية الحس العددي لدى الطلاب ليصبحوا قادرين على مواجهة ما يقابلهم من مشكلات والتغلب عليها بطريقة سليمة.
- تزويد القائمين على البرامج التدريبية والإشراف التربوي لمعلمي الرياضيات بنماذج تدريسية جديدة قائمة على النظرية البنائية واستخدامها كنموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة.
- تمكين المعلمين من إعداد دروس في مقرر الرياضيات في المراحل التعليمية المختلفة وفقاً لنموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة.
- تعريف معلمي الرياضيات بخطوات استخدام نموذج Lesh في تدريس الرياضيات لتنمية الحس العددي مع تعريفهم بكيفية قياسها لدى التلاميذ.
- مواكبة الحركة العالمية في تطوير تدريس الرياضيات باستخدام نموذج Lesh وفتح آفاق جديدة للباحثين في مجال تدريس الرياضيات لإجراء دراسات أخرى.

حدود البحث:

اقتصر البحث على الحدود التالية:

- **الحدود الموضوعية:** وحدة العمليات على الكسور العشرية بكتاب الصف السادس الابتدائي الفصل الأول، كما اقتصر على مهارات الحس العددي، والتي تتضمّن: مهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد، ومهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على العداد، ومهارة تحليل

وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد، ومهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي، ومهارة التأكّد من معقولية الإجابة.

- **الحدود الزمانية:** طبقت أدوات الدراسة في الفصل الدراسي الأول لعام ١٤٤٦ هـ.
- **الحدود البشرية:** طلاب الصف السادس الابتدائي.
- **الحدود المكانية:** مدرسة ابتدائية الفاروق بمحافظة بيشة.

مصطلحات البحث:

- **نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة:** يعرّفه آل وارد (٢٠٢٢، ٢١٣) بأنه "نموذج يربط بين تمثيلات المفهوم المختلفة، والتي يظهر خلالها المفهوم بأشكال متعدّدة، اما باللغة أو بالرموز أو بالصور أو الأشكال الحقيقية، أو النماذج المحسوسة، أو بالأوضاع الحقيقية، وعمل روابط بين هذه التمثيلات المختلفة، مع تحويل الرموز إلى لغة، أو صورة، أو من خلال تبسيط للواقع الحقيقي، وتوضيحه بالرموز أو بمثال حقيقي من واقع الحياة."

ويعرف إجرائيا في هذا البحث بأنه: تمثيل المفاهيم والأفكار الرياضية من خلال استخدام خمسة أشكال مختلفة للتمثيل الرياضي، وهي: اللغة المحكية، والرموز المكتوبة، والصور والأشكال، النماذج أو المجسمات، والمواقف الحياتية، والتي سيستخدمها الباحث في تدريس وحدة العمليات على الكسور العشرية للصف السادس الابتدائي.

- **الحس العددي:** يعرّفه عمران (٢٠٢٣، ١٢١) بأنه "نوع من أنواع التفكير يستخدم ليصف عملية الحساب الذهني، والقدرة على اكتساب الحقائق والمهارات الأساسية، وحل المشكلات العددية، بالإضافة إلى التفكير الرياضي الدقيق، والسببية والتقدير التقريبي".
- ويعرَف اجرائيا في هذا البحث بأنه قدرة طالب الصف السادس الابتدائي على التعامل بمرونة مع الأعداد، واستخدامها في مواقف حياتية أو عند دراسة الموضوعات الرياضية المتداخلة، أو عند استخدام الرياضيات في خدمة الفروع العلمية الأخرى.
- **مهارات الحس العددي:** يشير العجمي (٢٠٢٢) إلى أن مهارات الحس العددي تعكس مجموعة من القدرات لدي الطلاب تنشأ من الميل والاحساس بالمواقف العددية ومدي إدراكها، وتتضمن: استخدام الأعداد بشكل مرن تتيح لهم القدرة على الحساب الذهني والتقدير، والحكم على حجم الأعداد، والحكم على معقولية النتائج والانتقال من تمثيلات العدد، والقدرة على ربط الأعداد بالرموز والعمليات عليها.

ويعرّفها البحث الحالي إجرائيا بأنها مجموعة من المهارات الجوهرية والأساسية والأكثر مناسبة لطلاب الصف السادس الابتدائي، وتتضمن: مهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد، ومهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد، ومهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية

العدد، ومهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي، ومهارة التأكد من معقولية الإجابة، وتقاس بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في الاختبار المعد لذلك.

الإطار النظري والدراسات السابقة

الإطار النظري:

المحور الأول: نموذج Lesh للتمثيلات المتعددة:

مفهوم التمثيلات الرياضية:

تعرّف التمثيلات الرياضية بأنها استخدام شيء ليمثّل شيئاً آخر. وتعرّفها العنزي (٢٠٢٣، ٨٦٢) بأنها "عملية ترجمة النص الرياضي من أحد أشكاله إلى نماذج محسوسة أو شكل آخر من أشكاله"، وفي السياق ذاته تعرّفها أحمد (٢٠٢١) بأنها استخدام أشياء مثل الكلمات والجداول والرسومات والمواد المحسوسة وغيرها للتعبير عن فكرة أو مفهوم رياضي، وربط هاودن (Howden, 2018) بين التمثيلات الداخلية والخارجية وعرّف التمثيل بأنه عملية يتم خلالها التفاعل بين مدخلات التمثيل الخارجي مع الصور الذهنية، ويجري تعلّم المفاهيم الرياضية من خلال بناء تدرجي للصور الذهنية للمفاهيم الأولية، ويوجد تأثير متبادل بين التمثيل الداخلي والتمثيل الخارجي، كما حدّد كل من (ظواهري، ٢٠٢١؛ Havis, 2016) التمثيلات الرياضية بكونها عملية توظيف الحواس أو العقل أو اليد معاً أو كل منهما على حده للتعبير عن الصيغ اللفظية أو الكمية أو كليهما بمعالجات رمزية أو رسومات أو بناء تصميمات يدوية ترتبط ارتباطاً وثيقاً ببناء صورة ذهنية صحيحة لدى الطلاب.

والملاحظ أن هناك علاقة وثيقة بين التمثيلات الرياضية وبناء صورة ذهنية صحيحة حول المفهوم الرياضي، حيث تمثل الصورة الذهنية حالة خاصة بكل طالب على حده ترتبط بنمط تعلّمه ومسارات تفكيره وأسلوبه المعرفي المفضّل، واستراتيجيات معالجته للمعلومات المقدّمة وربطها ببنائه المعرفي الرياضي، ليتمكّن من تنمية عقله الرياضي بصورة مستمرة.

وتُعدُّ التمثيلات الرياضية أحد المداخل الرئيسة لتنمية مهارات الحس العددي بحيث ينتقل الطالب بسهولة بين العالم الحقيقي للكميات وبين عالم الأعداد والتعابير الرقمية (Berch, 2019)، ويتبيّن خلال العديد من الدراسات في مجال الرياضيات إنّ التمثيلات الرياضية اعتبرتها بعض البحوث إحدى الاستراتيجيات الرئيسة لتنمية الحس العددي، بل وتعتبر من المهارات الأساسية والضرورية لتنمية الحس العددي لدى الطلاب (عباد، ٢٠٢٢)، في حين تناولتها بعض الدراسات كمدخل تدريسي يساعد في قراءة مسارات الحس العددي لدى الطلاب ، حيث يتبيّن من خلال مستويات التمثيلات الرياضية مدى امتلاك الطلاب مهارات التعبير عن المقادير، والانتقال بين استخدام الرموز الرياضية والتعبير عنها بصورة محسوسة قد تكون صوراً

أو رسومات، أو استخدام خط الأعداد، بالإضافة الى التعبير عنها باستخدام اليدويات والتي تمكن من بناء صورة ذهنية صحيحة حول المفهوم الرياضي بما يضمن تطوّر البناء المفاهيمي لدى الطلاب دون تصورات بديلة أو أخطاء شائعة أو صعوبات تعليمية في الجانب المفاهيمي (Jane, 2015)، كما تساعد التمثيلات الرياضية الطلاب في تمثيل عالم الرياضيات بمستوياته في تجسيد المفاهيم الرياضية، وبناء الصورة الرمزية والإجرائية لهذا المفهوم، كما تُعدُّ خطوة أساسية في تنمية الحس العددي.

ويوضح كل من (عويضة، ٢٠٢٠؛ Salazar, 2017) إنّ التمثيلات الرياضية بمثابة أدوات للتواصل العلمي والرياضي، ومصدر من مصادر المعرفة للطلاب. وتتنوّع بين الرموز العددية واللغوية المجردة ذات الدلالة الكمية، والرسوم الدالة على صيغة رياضية محدّدة، والتمثيلات البيانية التي تبنى لدى الطالب فهمًا عميقًا حول المفاهيم الرياضية، وتبني العديد من العمليات الرياضية ومهارات التفكير من خلال قراءة الرسوم البيانية، ووصف العلاقات الموجودة، وبناء علاقات جديدة، وتُعدُّ التمثيلات الرياضية مدخلاً مهماً في تدريس الرياضيات باعتبارها عمليات متتالية يجب على الطالب إتقانها من خلال مجموعة عمليات رياضية وفقًا لما يلي (Howden, 2018): التعبير الرمزي Symbolic Expression، والتعبير بالرسم Expression Drawing، وقراءة التمثيلات الرياضية Reading Mathematical Representations، واكتشاف العلاقات في التمثيلات الرياضية Relationships in the Representations، وتفسير التمثيلات الرياضية Interpret Mathematical Representations، والتمثيلات الرياضية باليدويات Manipulation Mathematical Representation.

مفهوم نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة:

وضع Lesh نموذجاً جديداً للتمثيلات الرياضية يتكوّن من خمسة عناصر من التمثيلات وهي:

- اللغة اللفظية (التعبير عن الفكرة بالكلام).
- الرموز الكتابية (التعبير عن الفكرة الرياضية باستخدام اللغة أو الرموز).
- الصور والأشكال (التعبير عن الفكرة بالصور أو الرسوم أو الأشكال).
- اليدويات أو النماذج والمجسّمات (وتمثّل أي وسيلة تعليمية يمكن للطالب أن يمسكها بيديه ويلعب بها مثل المكعبات).
- وسياقات الحياة الواقعية وتمثّل المواقف والأوضاع في الحياة التي ترتبط مع المفهوم الرياضي المقدّم، ويُعدُّ الموقف حياتياً إذا كان من نوع المسائل الحياتية (أحمد، ٢٠٢١).

ويرى Lesh إنّ الفهم العميق يتكوّن لدى الشخص، عندما يتمكّن من تمثيل الفكرة أو المفهوم بتلك التمثيلات المختلفة والانتقال بمرونة بينها، ويُعدُّ نموذج Lesh توسيع لأفكار برونر (ظواهري، ٢٠٢١)، ويشير كل من (الكثيري، ٢٠٢١؛ Berch, 2019) إلي أن نموذج Lesh يؤكّد على استخدام خمسة أنماط للتمثيلات، وهي الرموز اللفظية، والمواقف الحقيقية، والنماذج المحسوسة، والصور التمثيلية، والرموز المكتوبة، ويؤكّد النموذج على ضرورة الانتقال داخل وعبر هذه التمثيلات شروطًا أساسية لفهم واستيعاب المفاهيم الرياضية، ويذكر كل من (العنزي، ٢٠٢٣؛ العمري، ٢٠٢٠) إنه نموذج يربط بين تمثيلات المفهوم المختلفة، والتي يظهر خلالها المفهوم بأشكال متعدّدة، إما باللغة أو بالموز أو بالصور أو الأشكال الحقيقية، أو النماذج المحسوسة، أو بالوضاع الحقيقية، وعمل روابط بين هذه التمثيلات المختلفة، مع تحويل الرموز الي لغة، أو صورة، أو من خلال تبسيط للواقع الحقيقي، وتوضيحه بالرموز أو بمثال حقيقي من واقع الحياة، ويتكون نموذج Lesh للتمثيلات المتعددة من خمسة عناصر، وهي (عمران، ٢٠٢٣):

- **اللغة المحكية:** وهي أي وسيلة نعبّر بها عن فكرة بالكلام مثل التلفظ بالفكرة بلغة يفهمها المتعلّم.
- **الرموز الكتابية:** وتمثل أي وسيلة للتعبير عن فكرة بكتابتها.
- **الصور والأشكال:** وهي أي وسيلة تعليمية تحتوي صور أو رسومات يمكن للمتعلّم أن يراها بعينه.
- **النماذج والمجسمات:** وتشكل أي وسيله تعليمية يمكن للمتعلّم أن يمسكها بيديه او يلعب بها.
- **المواقف الحياتية:** وتمثّل المواقف والأوضاع في الحياة الحقيقية التي ترتبط وتتفق مع الموقف أو المفهوم الرياضي المقدم للمتعلم.

ويسمح نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة بالبدء بأي تمثيل من التمثيلات والانتقال للتمثيل الآخر بكل مرونة، وذلك للتعبير عن الفكرة الرياضية، وتوضيحها بأكثر من طريقة، ويشير النموذج أنه للوصول للفهم العميق للفكرة الرياضية، لابد من التفاعل بين هذه التمثيلات، ويتطوّر لدى المتعلّم من خلال إشراكهم في تمثيل الأنشطة والافكار بالتمثيلات الخمسة المختلفة.

الإطار الفلسفي لنموذج Lesh:

تستند التمثيلات وفقا لنموذج Lesh إلى أساس نظري قوي متمثل في نظرية النمو المعرفي لبياجيه، ونظرية برونر، ونظرية دينز، ونموذج ليش فضلاً عن نظرية جانبي الدماغ، وهي على النحو التالي:

- **نظرية النمو المعرفي لبياجيه:** يرى بياجيه Piaget إنّ التطوّر المعرفي ينتج من خلال التفاعل المباشر بين الفرد والبيئة المحيطة، وإنّ الفرد ينظّم المعرفة ويفسرها وفقاً لتطور التفسير المنطقي لديه، وإنّ البينة المعرفية يزداد عددها وتعقيدها من خلال التفاعل المستمر والنشط مع البيئة المحيطة (ظواهري، ٢٠٢١)، وقد حدّد بياجيه أربع مراحل للنمو المعرفي لدى الأطفال تبعاً للعمر الزمني، وهذه المراحل هي: المرحلة الحسية الحركية وتبدأ من الميلاد وتمتد إلى عمر سنتين تقريباً، والمرحلة الثانية مرحلة ما قبل العمليات وتمتد تقريباً ما بين السنتين إلى سبع سنوات، والمرحلة الثالثة مرحلة العلميات المحسوسة وتكون ما بين سبع سنوات إلى إحدى عشر سنة، والمرحلة الرابعة مرحلة العمليات المجرّدة وتبدأ بالظهور من عمر ١١ سنة وما بعدها (عمران، ٢٠٢٣) وتكون كل مرحلة من هذه المراحل مرحلة تمهيد للمراحل التي تليها، وتعد مرحلة العمليات المحسوسة التي تمتد من (٧ –١٢) سنة هي سن التعليم الأساسي من الصف الأول إلى الصف السادس، وفي هذه المرحة يبدأ الطالب يفكر تفكيراً منطقياً حسياً وليس تفكيراً منطقياً مجرداً؛ وذلك لاعتماده على المجسّمات والمحسوسات في التفكير (العجلان، ٢٠٢٣)، ويشير محمود (٢٠٢٣) إلي إنّ الطلاب في هذه المرحلة يستمتعون بالعمل بالأشكال والنماذج والأدوات، ويحتاجون إلى ربط المفاهيم المجرّدة الجديدة بالواقع الفيزيقي وبخبرتهم الشخصية وأن تقدّم المفاهيم الرياضية من خلال تمثيلات ملموسة.
- **نظرية برونر:** تحتل عملية التمثيل مركزاً أساسياً في النمو المعرفي عند برونر، وقد حدد برونر ثلاث طرق يستخدمها الفرد في التعلّم هي (العنزي، ٢٠٢٣): التمثيل الحسي (العملي) (Enactive Reorientation)، والتمثيل الصوري (شبه الحسي) (Iconic Reorientation)، والتمثيل الرمزي (Symbolic Reorientation)، ويرى برونر إنّ النمو المعرفي في مرحلة التمثيل الحسي يحدث من خلال الحركة والعمل والحواس. وأن التعلّم يحدث على نحو نشط من خلال التعامل الحسي المباشر مع الأشياء، ويرى برونر إنّ التعلّم في هذا المستوى هو أساس لأي تعلّم آخر، وفي مرحلة التمثيل الأيقوني يعتمد تمثيل المعرفة على التعامل مع الصور والرسوم، وفي هذه المرحلة ينفّذ الطالب أنشطة التعلّم من خلال تعامله مع مجموعة الصور أو الأشكال التي ترتبط بالصورة الذهنية التي كونها عن الأشياء التي عالجها يدوياً في المرحلة السابقة. وفي المرحلة الرمزية يعتمد تمثيل المعرفة على التعامل مع الرموز أو المجرّدات مثل استخدام اللغة أو الرموز أو الصور العقلية للأشياء حيث يستطيع الطلاب أن يترجموا الخبرة إلى لغة ورموز مجرّدة (الكثيري، ٢٠٢١)، والفكرة الأساسية في الرمزية هي أن تكون هناك كلمة تدل على الشيء وترتبط في الوقت نفسه بذلك

الشيء، ويعتقد برونر إنّ التعلّم ينتقل من مرحل إلى المرحلة التي تليها بشكل تتابعي ومنطقي، وإنّ المراحل ليست مقيدة بأطوار زمنية في ظهورها (الخليفة، ٢٠٢٣). وقد حدّد برونر أربعة جوانب لتعليم الرياضيات هي: البناء واستخدام المصطلحات (التدوين الرمزي)، والتباين والاختلاف (تعدد الأمثلة ومقارنة المفهوم بالمفهوم المعاكس)، وأخيراً التطوير والحدس (ربط المفهوم/المبدأ مع مفاهيم أخرى)، ويرى برونر إنّ أفضل تعلّم لمفهوم أو مبدأ في دور البناء يحدث عندما يبنى تمثيلاً لكل منهما ويفضل البدء بتمثيلات ملموسة يتعامل معها المتعلّم يدوياً.

- **نظرية دينز:** يتفق دينز (Dienes) مع كل من برونر، وبياجيه على أن عملية التعليم والتعلّم أساسها الخبرات الحسية، فهو يؤكد على تقديم المفاهيم الرياضية ضمن نطاق الخبرات الحسية فطلاب المرحلة الأساسية ليسوا قادرين على تعلّم مفاهيم الرياضيات ما لم يتعلموا بشكل نشط باستخدام التمثيلات الحسية (العمري، ٢٠٢٠)، كما إنّ عدم استخدام المواد الحسية في تدريس الرياضيات قد يجعل من عملية التعليم ترديداً آلياً دون فهم واضح، وقد كرس دينز جهده في تصميم مواد لتعليم الرياضيات سُميتَ باسمه (قطع دينز) (Seldine, 2013)، وقد اهتم دينز بنوعين من التمثيلات هما: التنوّع الرياضي، والتنوع المظهري. ويشير مبدأ التنوّع المظهري إلى أن تعلّم المفهوم يتعمّق لدى المتعلّم عندما يعالج من خلال مجموعة متنوّعة من السياقات المادية، أما مبدأ التنوّع الرياضي فيشير إلى أن تعميم مفهوم رياضي يعزّز عندما ينظر اليه من زوايا مختلفة.
- **نظرية جانبي الدماغ:** تُعدُّ نظرية جانبي الدماغ من الأفكار الداعمة لاستخدام التمثيلات المتعدّدة في التدريس، فبحسب أفكار هذه النظرية ينقسم الدماغ إلى جانبين أيسر وأيمن يتم التعلّم من خلالها، ولكل جانب من جانبي الدماغ وظائف مختلفة، فمثلاً يمثل الجانب الأيسر من الدماغ الناحية التحليلية المتمثّلة في اللفظ والرمز، بينما يختص الجانب الأيمن بالنواحي التركيبية مثل الرسوم والأشكال والصور والنماذج (عباد، ٢٠٢٢). ولما كأن الدماغ يعمل بشكل كامل ومُوحّدٍ، يتداخل فيه الجانبان فلابد من التركيز في عملية التدريس على جانبي الدماغ لتنشيط التعلّم لدى المتعلمين، وهذا يدعم ضرورة استخدام تمثيلات متصلة بجانبي الدماغ في عملية التدريس لتوضيح الفكرة الرياضية.

أهمية نموذج Lesh للتمثيلات المتعددة:

تتفق دراسات (العنزي، ٢٠٢٣؛ عباد، ٢٠٢٢؛ Norman, 2017؛ Lefoe, 2017) على أن أهمية نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة، تتمثل في:

- مساعدة الطلاب على عرض وتفسير الظواهر المادية والاجتماعية والرياضية.

- تنمية مهارات التفكير العليا، بحيث ينقل المتعلّم الفكرة الرياضية المجرّدة إلى محسوسة.
- زيادة قدرة الطالب فهم الفكرة الرياضية، والمفهوم المقدّم.
- مساعدة الطلاب على التواصل مع الآخرين، واعادة بناء معارفهم وتنظيمها.
- زيادة دافعية التعلّم لدى الطلاب، مع جذب أنتباههم خلال العملية التعليمية.
- زيادة تحصيل الطلاب في الرياضيات.
- تسهيل التعلّم لدى الطلاب، وترسيخ المعرفة في عقولهم، مع توفير الوقت والجهد.

نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة وتنمية الحس العددي:

يشير الخليفة (٢٠٢٣) إلى أن استخدام نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة ينمي الحس العددي من خلال تنمية الثقة في استخدام الرياضيات لحل المشكلات وتواصل الأفكار وطرح الأسباب، والمرونة في اكتشاف الأفكار الرياضية وتعدّد طرق معالجة المشكلة، والمواظبة والمثابرة في أنشطة الرياضيات وممارستها، والعمل والرغبة إلى الاستماع والتعبير عن أفكارهم وآرائهم، وأوضح إنّ ذلك يتم من خلال عدّة مستويات للتمثيلات الرياضية، وهي:

- **المستوى الذهني:** وهذا يمثل مساراً في التعلّم والتفكير، ويعني مهارة الطالب في إدراك المنظومة العددية وإدراك العلاقة بين الأعداد، ويبدأ هذا المستوى من عمليات التخيل الرياضي (وتعني بناء صورة ذهنية عن مفهوم دون رؤية نموذج)، والتأمل الرياضي (ويعني بناء صورة ذهنية عن مفهوم تمّ رؤية نموذج له)، حتى بناء نماذج في إجراء العمليات الحسابية بطريقة ذهنية.
- **المستوى الحسي:** ويمثّل مساراً للتعلّم من خلال توظيف الحواس (خاصة السمع والبصر) في بناء صورة ذهنية صحيحة عن أثر العمليات على الأعداد، وإدراك مفهوم العلاقة المميزة، وإدراك قواعد التقدير والتقريبي، وتتنوّع أنماط التمثيلات الرياضية الحسية ومنها (التعبير الكمي المتمثل في الأعداد، والتعبير الرمزي المتمثل في العلاقات والمعادلات والدوال، والصور والرسومات، والأشكال والرسومات والتمثيلات البيانية، الجداول).
- **المستوى اليدوي:** ويمثل مساراً لتعلّم الطالب من خلال اليدويات وتقديم النماذج الرياضية ومنها التصميمات، ونماذج طي الورق، وتكوين الأعداد والعلاقات، والأشكال، والمجسّمات وغيرها.

وتكمن أهمية نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة في تدريس الكسور والأعداد كما يشير العبد الواحد (٢٠٢٣) إلي كونها معالجات ذهنية أو حسية أو يدوية تهدف إلى ترجمة المعلومات بطريقة كمية أو رمزية، وتنظيمها في صورة تساعد الطالب في وصف واكتشاف العلاقات الرياضية، وبناء صور ذهنية صحيحة عن استراتيجيات الحساب الذهني، والتميز بين

التقدير التقريبي والحساب الذهني، وإدراك دلالة الأعداد بصفة مطلقة، ونقلها من الصورة المجرّدة الى صور محسوسة أو يدوية، كما أوضحت نتائج دراسة نورمان (Norman, 2017) إنّ نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة يساعد الطلاب في استيعاب المفاهيم الرياضية من خلال أنشطة التمثيلات الرياضية وتكوين الصور الذهنية الصحيحة، وبناء مخططات للأفكار الرياضية، وتنظيمها باستخدام الصور والرسوم البيانية والجداول، كما أوضح أكينسولا (Akinsola, 2011) أهمية التمثيلات الرياضيات في تنظيم الكثير من استراتيجيات الأداء في الحساب الذهني تتسم بالمرونة في إجراء العمليات الحسابية الأربعة، واختيار واختبار العلامة العددية المميزة وتحديد مدى مناسبتها واستخدامها في موضعها، حيث توجه الطالب لعمل مخطط أو خطة لحل المسألة وتحديد العمليات الرياضية الضرورية للوصول الى الحلول الصحيحة، وأكّدت نتائج دراسة بيرش (Berch, 2015) أهمية التمثيلات الرياضية في تنويع أنماط التعلّم(اللفظي والبصري والسمعي)، ودراسة ليفو (Lefoe, 2017) التي أكّدت اهمية توظيف المدخل العملي والتجريبي باستخدام التمثيلات اليدوية في حصة الرياضيات، وتأثيره في تحسين إنجاز الطلاب في الرياضيات وتحقيق أهداف الرياضيات المدرسية.

ويرى عباد (٢٠٢٢) إنّ التمثيلات الرياضية من التطبيقات الحديثة في مجال تدريس وتعليم الرياضيات، وربط بينها وبين استخدام التقدير التقريبي في مواقف متعدّدة، وتحديد الاحتمالات الممكنة لنواتج العمليات في عمليات التقدير والحساب الذهني في حالة بناء الترابطات بين التمثيلات الرمزية والتمثيلات باستخدام الجداول والأشكال، كما حدّد السواعيه (Alsawaie, 2014) أهمية التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات في إمكانية تقديم بناء القدرة والكفاءة الحسابية، والثقة بالنفس عند التعامل مع الأعداد، والاستقلالية في إصدار الأحكام على مدي صحة نواتج العمليات الحسابية، حيث تسمح للطلاب بالتعبير وفق أنماط تعلّمهم باستخدام الرموز للتعبير، كما تسمح بتقديم العلاقات الرياضية المجرّدة في صيغة حياتية من خلال التمثيلات البيانية واليدويات، كما حدّد العنزي (٢٠٢٣) أهمية التمثيلات الرياضية البصرية المكانية في تنمية مهارات حل المسائل، حيث تساعد الطلاب في بناء المعنى الرياضي، واكتساب المفاهيم الرياضية، كما تساعد الطلاب في تنمية العديد من استراتيجيات التفكير في حل المسائل تعتمد في معظمها على التمثيلات الرياضية.

المحور الثاني– الحس العددي: Number sense

المفهوم:

يشير بيرش (Berch, 2019) إلى أن الحس العددي يصعب تعريفه ولكن يسهل التعرف عليه، ويستطيع من يمتلك الحس العددي أن ينتقل بسهولة بين العالم الحقيقي للكميات وبين

عالم الأعداد والتعابير الرقمية، ويستطيع بسهولة ابتكار إجراءات للعمليات العددية، ويمكن أن يمثّل العدد نفسه بطرق متعدّدة بالاعتماد على السياق والغرض، ويستطيع التعرف على معيار الأعداد ونمطها، وله القدرة على معرفة حجم العدد الإجمالي ويمكنه التعرف على الأخطاء بسهولة، ويفكر بطريقة منطقية عن الاحتمالات العامة في المسائل والتعبيرات الرياضية وبدون إجراء عمليات حسابية، ولقد أعطى العنزي (٢٠٢٣، ١٤٣) الحس العددي تعريفا عاما متفق عليه من قبل بعض المهتمين في مجال تربية الرياضيات، وهو "إحساس الإنسان بخصائص الأعداد والعمليات عليها ومعناها وفهم كيف ومتى ولماذا نستعملها، فكما أن أسلوب حل المشكلات يُعدُّ الأساس في الرياضيات بشكل عام فإن الحس العددي يُعدُّ الأساس في دراسة الأعداد والحساب الذي يعتمد على الفهم"، ويعرّفه ظواهري (٢٠٢١) بأنه نوع من أنواع التفكير يستخدم ليصف عملية الحساب الذهني والقدرة على اكتساب الحقائق والمهارات الأساسية، وحل المشكلات العددية، بالإضافة إلى التفكير التأملي الدقيق، والسببية والتقدير التقريبي، وعرّفه عباد (٢٠٢٢) بأنه سمة مرغوب بها من أجل الرعاية والتنشئة لدى الطلبة، وعل الرغم من أن معنى الحس العددي يعود إلى التفكير الرياضي لدى الطلبة، فهو يعرّف بصورة عامة ولا يمكن أن يعرف بدقة محددة ولكن يمكن إدراك المواقف التي يفتقد إليها الطلبة للحس العددي، ومن السهل معرفة الطالب الذي ليس لديه حس عددي وذلك من خلال تعريضه لاختبارات الحس العددي.

ومن خلال ما تقدّم من تعريفات يرى الباحث أنها تركز على اعتبار الحس العددي– بدرجة كبيرة– عملية تشير وتصف النقاط التالية: الإدراك الكلي والفهم العام للأعداد والعمليات عليها، والميل نحو استخدام هذه الأعداد، والمرونة في التعامل مع المنظومة العددية، والقدرة على تجهيز المعرفة الرياضية، والمرونة في إنتاج استراتيجيات متعددة للتعامل الأعداد وتطويرها بصفة مستمرة، وتقدير نواتج العمليات، والحساب الذهني، وإصدار الأحكام، وكل ما سبق في إطار من السببية والمنطقية في الأداء.

أهمية الحس العددي:

يشير كل من (الكثيري، ٢٠٢١؛ حسن، ٢٠٢٠) إلي أن أهمية الحس العددي تتمثل في أنه يشجع الطلاب على اكتشاف المفاهيم المتعلقة بالأعداد واكتشاف العلاقات بينها، والعمل على تنمية استراتيجيات متعددة لحل ومواجهه المواقف الرياضية، بالإضافة إلى أنه يربط الطلاب بالحياة الواقعية لاستخدام الأعداد ويحدد مدي أهمية الرياضيات بالنسبة لهم، ويعمل على تنميه التفكير الرياضي لدي الطلاب، ويضيف الخليفة (٢٠٢٣، ٢٣) أهمية اخري تتمثل في أنه "يبني لدي الطلاب الادراك العميق والبصيرة بالإضافة الى القناعة بأن الرياضيات تعمل على بناء الحس وليست مجموعة من القواعد التي تجمع بهدف التطبيق فقط، ويخرج بالطلاب

من القالب الروتيني في تطبيق القواعد، التي يمكن للأدوات المختلفة أن تنفذها، الى الفهم العام والقدرة على إصدار الاحكام وتحديد المنطقية للنتائج والاعتماد على السببية والتفسيرات"، فالحس العددي هو الذي يفرق بين ما يقوم به الجنس البشري، وما تقوم به الآلات؛ ولذلك فإن القرن الحادي والعشرين سيرتفع فيه رصيد الحس العددي باهتمام القائمين على التربية بدراسته، ويؤكد العنزي (٢٠٢٣) على أهمية أن يكون الحس العددي هدفا مباشرا ومخططا له من قبل المعلمين وضرورة التركيز على تصميم البيئة التعليمية المناسبة لتنميته.

وأشار ظواهري (٢٠٢١) إلى أن المجلس القومي لمعلمي الرياضيات بأمريكا (NCTM) في الوثيقة التي أصدرها عن معايير المنهج وتقويم الرياضيات المدرسية أن تنميه الحس العددي يعد أهم هدف من أهداف تدريس الرياضيات ومن الضروري أن تتبنى مناهج الرياضيات في المرحلة الابتدائية تنميه الحس العددي الذي يأتي به الطلاب الى المدرسة، وأن تعكس رياضيات المرحلة الابتدائية قدره الطالب على التفكير الرياضي والحس العددي بما فيه الحساب الذهني والتقدير بالإضافة الى التواصل الرياضي.

ويمكن القول أن الحس العددي يسهم في تطوير التفكير الرياضي والمهارات الذهنية لدى الطلاب من خلال التفكير في معقوليه الناتج، وتبرير وتفسير الخطوات والاجراءات الذهنية التي يقومون بها للوصول الى الناتج، ونمو النظرة الشمولية الى الكسور والأعداد العشرية عند معالجة المسائل الحسابية، بل أكثر من ذلك فهو يسهم في تنمية الجانب الوجداني لدى الطلاب، حيث ينمو لديهم حب الرياضيات والنظر اليها على أنها ذات طبيعة منطقية منظمة ومفيدة في ممارسة لها في حياته اليومية، وفي هذا الصدد يري كل من (عباد، ٢٠٢٢؛ Sema, 2019) أن هناك مجموعة من النقاط التي يمكن للمعلم ملاحظتها والتأكد من مدى تنمية الحس العددي بواسطتها، وهي: الثقة في استخدام الرياضيات لحل المشكلات وتواصل الأفكار وطرح الأسباب، والمرونة في اكتشاف الأفكار الرياضية وتعدد طرق معالجة المشكلة، والمواظبة والمثابرة في أنشطة الرياضيات وممارستها، والعمل والرغبة إلى الاستماع والتعبير عن أفكارهم وآرائهم.

ويشير كل من (البصال، ٢٠٢٢؛ Berch, 2019) إلي أن أهداف تدريس الحس العددي في المجال المعرفي، تتمثل في: إدراك المنظومة العددية وادراك العلاقة بين الأعداد، والفهم العام لأثر العمليات على الأعداد، وإدراك مفهوم العلاقة المميزة، وإدراك قواعد التقدير والتقريبي، وإدراك استراتيجيات الحساب الذهني، والتميز بين التقدير التقريبي والحساب الذهني، وإدراك دلاله الأعداد بصفة مطلقه، بالإضافة الى دلاله الوحدات، وفي المجال المهارى تتمثل أهداف تدريس الحس العددي في: تنظيم الكثير من استراتيجيات الأداء في الحساب الذهني

تتسم بالمرونة في إجراء العمليات الحسابية الأربعة، واختيار واختبار العلامة العددية المميزة وتحديد مدي مناسبتها واستخدامها في موضعها، واستخدام التقدير التقريبي في مواقف متعددة، وتحديد الاحتمالات الممكنة لنواتج العمليات في عمليات التقدير والحساب الذهني، أما في المجال الوجداني، فتتمثل أهداف تنمية الحس العددي في: بناء القدرة والكفاءة الحسابية، والثقة بالنفس عند التعامل مع الأعداد، والاستقلالية في إصدار الأحكام على مدي صحة نواتج العمليات الحسابية.

ويري البحث الحالي أن الحس العددي قابل للتعلم وأنه يعتبر نوعاً من أنواع المعرفة وليس تركيباً وراثياً، فالحس العددي ليس من الخصائص الثابتة التي تتسم بالوراثة وإنما هو عملية يمكن تنميتها عن طريق الخبرة والمعرفة.

مهارات الحس العددي:

أشار كل من (العنزي، ٢٠٢٣؛ العبد الواحد، ٢٠٢٣) إلى أن الحس العددي هو ذلك الجزء المميز في الرياضيات والذي حفّز النقاش بين كل من التربويين في الرياضيات والمعلمين داخل الفصول، ومصممي المناهج والباحثين وذلك من أجل تحديد الأجزاء الرئيسة أو المكوّنات الأساسية للحس العددي، وقد أسفرت هذه المناقشات عن أهم خصائص الحس العددي بالإضافة إلى مكوناته ومهاراته المميزة وهي كالتالي: التمثيل الصوري (الصورة الذهنية) للأعداد والقدرة على الربط الذهني بينها، وتكوين نماذج عقلية لكل نظام عددي. وحدّد العجلان (٢٠٢٣) مهارات الحس العددي في: إدراك التأثير النسبي للعمليات على الأعداد، وانتقاء العلامة العددية المميزة (Benchmarks) وتوظيفها لإصدار الأحكام العددية، وإدراك الكم المطلق والنسبي للعدد Relative and Absolute Magnitude of Numbers، والتقدير التقريبي والحساب الذهني لنواتج العمليات على الأعداد Estimation and Mental Computation.

وأكّد ظواهري (٢٠٢١) على أن للحس العددي مكوّنات هي: التمييز بين الأعداد والمقارنة بينها، وانتقاء واستخدام العلامات العددية المميّزة، وإدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد، والمرونة في الأداء الحسابي والحساب الذهني والتقدير، ويذكر عباد (٢٠٢٢) إنّ مهارات الحس العددي تتمثّل في المقدرات التالية: فهم مقدار العدد Understanding number magnitude ويتمثل في المقدرة على التعبير عن العدد في صور مختلفة وإدراك العلاقات بين الأعداد، وذلك بدون استخدام الخوارزميات المألوفة، وغالبًا ما يتم ذلك بدون استخدام الورقة والقلم، والحساب العقلي Mental computation ويتمثّل في المقدرة على إدراك الصور المتكافئة للأعداد، واستخدامها في إعادة تسمية الأعداد (وضعها في صورة أخرى مكافئة) لإجراء العمليات الحسابية بدون استخدام الورقة والقلم، والتقدير الحسابي Computational

estimation، ويتمثّل في المقدرة على إدراك القيم التقريبية للأعداد في سياق العمليات الحسابية، وغالباً ما يتم ذلك بدون استخدام الورقة والقلم. وأشار محمود (٢٠٢٣) إلى أن الحس العددي يضم مجموعة من المهارات التي تنمو سويًا وهي: معنى العدد، والنماذج العقلية للعدد (طرق تمثيل العدد)، والدلالة النسبية للعدد (العلاقات والمقاييس)، ومهارة العمليات على الأعداد وأثر كل منها، والحساب الذهني، واستراتيجيات التقدير التقريبي، وقام العبد الواحد (٢٠٢٣) بتحديد مجموعة من المهارات التي يتضمّنها الحس العددي وهي: إدراك معنى وحجم الأعداد، وتوضيح وتمثيل القيم المختلفة للعدد، وإدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد، وإدراك واستخدام التعبيرات الرياضية المتكافئة، والقدرة على تحديد العلاقة العددية المميزة. ويذكر بيرش (Berch, 2019) إنّ مهارات الحس العددي هي: فهم معني ومقدار الأعداد Understanding of the meaning and size of numbers، وفهم واستخدام التمثيلات المتكافئة للأعداد Understanding and use of equivalent representations of number، وفهم معنى وتأثيرات العمليات الحسابية Understanding meaning and effect of operation، والاستراتيجيات الحسابية والعددية المرنة للحسابات الذهنية والحسابات المكتوبة واستخدام الآلات الحسابية، وفهم واستخدام التعبيرات الحسابية المتكافئة Understanding the use of equivalent expressions، واستخدام القياس Using the measurement. ويحدّد العنزي (٢٠٢٣) الحس العددي في سبع مهارات هي: إدراك الاستخدامات المختلفة للأعداد، وإدراك مناسبة الأعداد للمواقف المختلفة، وربط الأعداد ذات المقادير المختلفة بالمواضيع والأحداث والمواقف الواقعية، وتقدير ناتج العمليات الحسابية، وتحديد العلاقات بين الأعداد وتحديد العلاقات بين القياس، إدراك العلاقات بين الفئة والفئة الجزئية أو بين الجزء والكل، وفهم العبارات التي تُؤسس العلاقات الرياضية والعلاقات الزمنية. ويذكر نورمان (Norman, 2017) إنّ مهارات الحس العددي هي: العد (Counting)، ومعرفة العدد (Number Knowledge)، والتحويلات العددية (Number Transformation)، والتقدير (Estimation)، وأنماط العدد (Number Patterns). وقد قام جين (Jane, 2015) بتجميع مكونات الحس العددي في ستة مهارات، وهي: مفهوم العدد، والتمثيل المتعدد الأعداد، وتأثير العمليات، والصيغ والتعابير المتكافئة، واستراتيجيات العد والحساب، وأخيرًا نقاط الإسناد. ويشير سالازار (Salazar, 2017) إلى أن مهارات الحس العددي هي: إدراك العلاقات بين الاعداد، والمهارة في تحديد واستخدام العلامة العددية المميزة ، وإدراك أثر العمليات، واستخدام ذلك في المواقف الحياتية، والتقدير التقريبي والحساب الذهني، ويرى هاودن (Howden, 2018) إنّ من مظاهر توافر مهارات الحس العددي لدى الطلاب

استخدام الأعداد بشكل مرن تتيح لهم القدرة على الحساب الذهني والتقدير، والحكم على حجم الأعداد، والحكم على معقولية النتائج والانتقال من تمثيلات العدد، والقدرة على ربط الأعداد بالرموز والعمليات عليها، كل ذلك ينشأ من الميل والإحساس بالمواقف العددية ومدى إدراكها، ويشير أحمد (٢٠٢١) إلى أن أهم مهارات الحس العددي هي: إدراك معني الأعداد، وإدراك أثر العمليات على الأعداد، وإدراك العلاقة العددية المميزة والمهارة في استخدام استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي.

ومما سبق يرى الباحث إنّ معظم تعريفات الحس العددي تتقاطع في عناصر مشتركة، وإنّ هناك اختلافًا في مكونات الحس العددي ويعود هذا الاختلاف تبعاً للمرحلة الدراسية التي تطبق فيها الدراسات والمجتمع الذي تطبق فيه، فالحس العددي لطفل الروضة يركّز على مهارات العدّ الأساسية وأساسيات الحس العددي بينما طلاب الصفوف العليا يركزون على مهارات الحس العددي العليا، وعلى الرغم من ذلك إلا أن الباحث يرى إنّ مكونات الحس العددي الجوهرية والأساسية والأكثر مناسبة لطلاب الصف السادس الابتدائي ما يلي: مهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد، ومهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد، ومهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد، ومهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي، ومهارة التأكّد من معقولية الإجابة.

وبالرجوع إلى الدراسات السابقة التي تناولت مهارات الحس العددي وهي (أحمد، ٢٠٢١؛ عباد، ٢٠٢٢؛ Berch, 2019) توصل الباحث إلى أن أهم مهارات الحس العددي هي:

١. **إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد:** الكم المطلق للعدد يعني إنّ كل عدد من الأعداد يمثل كمًا أو مقداراً معيناً، بمعنى ما يقترن بهذا العدد من كمٍ بصرف النظر عمّا قد يكون حوله من أعداد أخرى، أي ما يمثله العدد بصورة مستقلة في حد ذاته وبدون مقارنته بعدد آخر، أما الكم النسبي للعدد فهو كم العدد في علاقته بكم عدد آخر، وعلاقة هذا العدد بالأعداد الأخرى التي تكبره أو تصغره مما يجعل المتعلّم قادراً على مقارنة الأعداد وترتيبها وتحديد الأعداد القريبة والبعيدة من عدد معين وإيجاد صور مكافئة له وقدرته على إدراك المسافات بينها.
٢. إدراك **التأثير النسبي للعمليات على الأعداد:** والمقصود به إنّ كل عملية من العمليات الحسابية لها تأثير خاص على ناتج هذه العملية إنّ هذا التأثير لا يتوقف على نوع العملية فقط وإنما يتوقف أيضا على الأعداد التي تجري عليها العملية، وهناك بعض التعميمات التي ترتبط بإدراك التأثير النسبي للعمليات على الأعداد ويكون وعي الطالب بمثل هذه

التعميمات حتى ولو لم يحفظها مصاغة بالشكل الرسمي، ولكنّه يوظفها في إصدار الأحكام.

٣. **تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد:** المقصود بها إدراك الطالب لعدد معين يقوم باختياره وانتقائه واستخدامه لإصدار أحكامٍ عدديةٍ، وتحتوي هذه المهارة على مجموعة من التعميمات والمهارات الفرعية التي يدركها الطالب ويصدر بناء عليها أحكامه العددية.

٤. **إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي:** والمقصود بالتقدير التقريبي إيجاد قيمة تقديرية لناتج عملية حسابية دون إجراء العملية بالأسلوب المعتاد باستخدام الورقة والقلم، ويتضمّن مهارات فرعية مثل: إنتاج تقديرات مقبولة لعملية حسابية، وإدراك معقولية الإجابة، والتعرّف على أخطاء نواتج العمليات من دون إجرائها، أما الحساب الذهني فهو إيجاد ناتج العملية الحسابية ذهنياً دون إجرائها بالطرق التقليدية المعتادة (الخوارزميات) وإيجاد قيمة تقديرية لناتج العملية أيضاً، وإدراك مقدار الخطأ بين التقدير والحساب الذهني. ويذكر جين (Jane, 2015) إنّ للتقدير التقريبي استراتيجيات منها:

١- **التقريب** Rounding: ويقصد به تقريب الأعداد الأصلية المطلوب إجراء العملية عليها، ويقصد به تسهيل الحسابات، ويكون التقريب هنا طبقًا لقواعد المعرفة.

٢- **الأعداد المترابطة:** Compatible Numbers: وهي أعداد توجد بينها علاقة كأن يكون أحد العددين مضاعفاً للآخر أو قاسماً له والمقصود بالأعداد المترابطة أن تستبدل الأعداد الأصلية المطلوب إجراء العملية الحسابية عليها بأعداد مرتبطة لتسهيل الحسابات.

أما الحساب الذهني فيذكر العنزي (٢٠٢٣) إنّ المقصود به إيجاد ناتج مضبوط للعملي الحسابية ذهنياً بدون إجرائها بالخوارزميات المعتادة، ولها عدّة استراتيجيات منها:

١.توظيف خواص العمليات على الأعداد: ويقصد به الاستفادة من خواص العمليات على الأعداد مثل الإبدال أو الدمج أو التوزيع لتسهيل الحسابات حتى يمكن إجراؤها ذهنياً.

٢.إعادة تسمية الأعداد: حيث يتم إعادة تسمية واحد أو أكثر من الأعداد المطلوب إجراء العملية عليها بهدف تسهيل الحسابات أي أن المقصود به (كتابة العدد على صورة حاصل جمع أو طرح أو ضرب أو قسمة عددين آخرين لتسهيل إجراء العمليات الحسابية عليهما.

٣.التأكّد من معقولية الاجابة: تتضمن مهارة إدراك معقولية الإجابة، والتعرّف على أخطاء نواتج العمليات من دون إجرائها، وتعتمد تلك المهارة على قاعدة عامة للتقدير، وتتم بتقريب الأرقام في السؤال حتى يتم إجراء حساب ذهني سريع، فاذا كانت الإجابة المعطاة قريبة من التقدير، فهذا يعني إنّ الحساب معقول، ويمكن استخدام أرقام ملائمة لإيجاد تقدير ثم نقارن هذا

التقدير بالإجابة الفعلية للتحقّق من معقوليتها، وفي بعض الأحيان، قد لا تخبر هذه الطريقة ما إذا كانت الإجابة صحيحة أم لا، لكنّها ستخبر بالتأكيد ما إذا كنت قريبًا من الإجابة الصحيحة.

تنمية الحس العددي:

يحتاج الحس العددي إلى بنية خاصة في الرياضيات حيث يخرج بالرياضيات من داخل الفصل المدرسي إلى الحياة، ويعتمد في تنميته على تنوع الاستراتيجيات ومراعاة البنية المعرفية لدى الطلاب، وتحديد الصعوبات التي تواجههم حتى أولئك الذين يعانون من صعوبات في التعلّم، وهذا يدعو إلى أن يكون المعلم واعيًا به، ملما بجوانبه، ويشير سالازار (Salazar, 2017) إلي أن الحس العددي ينمو عندما يخطط إليه على نحو متكرر، ويعتمد على قدرة المعلم على انتقاء استراتيجياته، وعلي الرغم من أن معظم الأطفال يكتسبون هذا الحس العددي بشكل غير رسمي من خلال التفاعل مع الآباء ، والأخوة قبل دخولهم روضة الأطفال، فإن هذا الحس يزداد بعد دخولهم إلى المدرسة وحصولهم على التعليم، فالطفل عند دخوله إلى المدرسة يعرف إنّ العدد(٨) أكبر من العدد ٥ بثلاثة بينما الطفل الذي لم يتطوّر عنده الحس العددي ممكن أن يعرف إنّ العدد (٨) أكبر من العدد(٥) فقط (أحمد، ٢٠٢١)، ويتفق ذلك مع ما أشارت إليه بيرش (Berch, 2019) من أن الحس العددي ليس كينونة محدّدة تتّسم بالوراثية يمكن لبعض الطلاب امتلاكها وعدم امتلاكها بعضهم الآخر، وإنما يمكن تنميته وذلك عن طريق الخبرة والمعرفة الرياضية، والتي توفرها البيئة النشطة، بالإضافة إلى أنه يمكن قياسه. ويؤكّد عباد (٢٠٢٢) على أن معظم الأطفال يمتلكون حس عددي أولي، وإنّ هذا الحس هو الأساس في مفهومنا للألوان وهو مربوط بالدماغ، وحاول آل وارد (٢٠٢٢) التعرّف على المناطق في الدماغ التي تتعلّق بالرياضيات وخاصة في مجال الحساب (الأعداد، مفهوم العدد، العمليات عليه) وتوصل إلى احتواء النصف الأيسر على الذاكرة الحسابية والمنطقة المتعلّقة بعملية التصوّر الذهني للأعداد، في حين يحتوي النصف الأيمن على مناطق التخطيط والتنظيم وغيرها، وقد أكّد إنّ التفاعل بين المنطقتين يعمل على تنمية المهارات الذهنية للفرد وهي إحدى جوانب الحس العددي.

ويرى هورتون (Horton, 2020) إنّ الحس العددي يعتمد على تنمية المهارات العقلية حيث يعطي الفرصة للطلاب للعصف الذهني وفهم الأعداد فهمًا عامًا وإدراكها من ناحية الكم النسبي والمطلق، وينمو ذلك من خلال التركيز على الأمثلة والمناقشة التي تنمي المهارة العقلية للطلاب عوضًا عن تكوين النماذج العقلية، وأشار العجمي (٢٠٢٢) إلى أن الحس العددي من الأهداف الهامة في الرياضيات والتي تنمو تدريجيًا باستخدام الطرائق والاستراتيجيات التي تعتمد

على المرونة في الحساب الذهني، وكذلك تعتمد على نماذج، واستراتيجيات التقدير والحكم على معقولية النتائج، ويرى هاودن (Howden, 2018) إنّ المدخل لكل هذه الاستراتيجيات هو التمثيل الذهني، ويقصد بهما النماذج العقلية للأعداد والاستراتيجيات المستخدمة لمعالجتها.

ويتضح مما سبق إنّه بالإمكان تنمية الحس العددي عند مراعاة التخطيط، بالإضافة إلى تنظيم المعرفة وانتقاء الاستراتيجيات التي تتفق مع طبيعة تدريسه، وإنّ تصميم البيئة النشطة والمحفزة والتي تشجع الطلاب على المناقشة، والاكتشاف، والتفكير، غالبًا ما تؤدي إلى تنمية الحس العددي، بالإضافة إلى اختيار المشكلات والمواقف التي تستثير الطلاب وتدفعهم إلى النشاط العقلي والمناقشة والتفسير.

وأوضح كل من (عمران، ٢٠٢٣؛ برغل، ٢٠٢١) إنّه يمكن تنمية مهارات الحس العددي عند الطالب من خلال أمور كثيرة منها: العمل منذ المراحل المبكّرة للتعليم على تجسيد مفهوم الأعداد في سياقات مختلفة (الكم، القياس الخ) وربطها مع الواقع قدر الإمكان، وتجسيد المفاهيم من خلال استعمال الوسائل التعليمية الملموسة والقريبة من واقع الطالب، وعرض المسائل الحسابية المحفّزة للحس العددي للطالب منذ المراحل المبكّرة للتعليم، وذلك باختلاف أنواعها ومستوياتها، وتأكيد العلاقات بين الأعداد واستخدام العمليات الحسابية بالشكل الصحيح والتأكّد من فهم الطالب الصحيح لها، ويضيف بيرش (Berch, 2019) طرق أخرى لتنمية الحس العددي، ومنها: استخدام استراتيجيات حل مختلف للسؤال نفسه من خلال إكساب الطالب مهارات مختلفة من بينها التعامل المرن مع الأعداد واستخدام استراتيجيات التقدير واتباع أسلوب المناقشة لفتح آفاق تفكير جديدة أمام الطالب، والابتعاد عن التعامل مع الأمور كأشياء مسلّم بها وغير قابلة للنقاش والفحص أو النقد، وفحص الإجابة بعد الحل بشكل منهجي والتأكّد من منطق الإجابة ومدى تلاؤمها وتوافقها مع الواقع، ويري كل من (آل وارد، ٢٠٢٢؛ Horton, 2020؛ Howden, 2018) أن من أدوار المعلم تضيق الفجوة بين الرياضيات المدرسية ، والرياضيات الحياتية وتتطلّب ذلك منه ما يلي: الكفاءة في صياغة الموقف، وتصميم الأنشطة التي يمكن من خلالها نقل الرياضيات الحياتية إلى الفصل الدراسي والتي تهدف الى تنمية التفكير، وأن يدرك المعلم كيف يعمل العقل وكيف يعالج المعلومات، ومنها التقريب والحساب الذهني والأداء الحسابي، واكتشاف طرائق متعدّدة للعمل الذهني، وتشجيع الطلاب على إنتاج طرائق متنوّعة تتميز بالسرعة وعلى درجه عالية من الدقة، والمام المعلم ببعض المفاهيم التي تعد على درجه كبيرة من الأهمية لتنمية الحس العددي ومنها: العد، والترتيب، والقيمة المكانية، والجزئية، والمجموعات، والعلاقات، والمتكافئات، ويري الأحمدي (٢٠٢٠) إنّه بالإمكان تنمية الحس العددي عند مراعاة المعلم التخطيط، وتنظيم المعرفة وانتقاء الاستراتيجيات التي تتفق مع طبيعة

تدريسه وأن تصمّم البيئة النشطة والمحفزة التي تشجع الطلاب على المناقشة والاكتشاف والتقليد، فغالبًا ما تؤدي إلى تنمية الحس العددي بالإضافة إلى اختيار المشكلات والمواقف التي تستثير الطلاب وتدفعهم إلى النشاط العقلي والمناقشة والتفسير.

ويرى البحث الحالي إنّ الحس العددي يمكن أن ينمو تدريجيًا باستخدام الطرائق والاستراتيجيات التي تعتمد على المرونة في الحساب الذهني، وعلى التقدير والحكم على معقولية النتائج، وإنّ المدخل لكل هذه الاستراتيجيات هو التمثيل الذهني ويقصد بها النماذج العقلية للأعداد والاستراتيجيات المستخدمة لمعالجتها، وإنّه يمكن تنمية الحس العددي عند الطلاب من خلال اهتمام المعلم منذ المراحل المبكرة للتعليم على تجسيد مفهوم الأعداد في سياقات مختلفة، وربطها مع الواقع بقدر الإمكان وتجسيد المفاهيم من خلال استعمال الوسائل التعليمية الملموسة والقريبة من واقع الطالب، وعرض المسائل الحسابية المحفّزة للحس العددي لدى الطلاب.

الدراسات السابقة:

تعدّدت الدراسات التي تناولت متغيرات البحث، ومنها:

- دراسة العنزي (٢٠٢٣) التي هدفت إلى الكشف عن فاعلية استراتيجية مقترحة قائمة على التمثيلات الرياضية المحوسبة باستخدام نموذج ليش (Lesh) في اكتساب المفاهيم الرياضية لدى طلاب المرحلة الابتدائية بدولة الكويت، وتم استخدام المنهج التجريبي القائم على التصميم شبة التجريبي ذو التصميم القبلي بعدي لمجموعتين تجريبية وضابطة، واشتمل البحث على أداة وهي اختبار مفاهيم الرياضيات الجديدة لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي، ومواد بحثية وهي دليل معلم الرياضيات لاستخدام الاستراتيجية وكتيب أنشطة لطلاب، وأظهرت نتائج البحث وجود فاعلية مرتفعة لاستخدام التمثيلات الرياضية المحوسبة في اكتساب المفاهيم الرياضية لدى طلاب المرحلة الابتدائية بدولة الكويت.
- دراسة الخليفة (٢٠٢٣) التي هدفت إلى الكشف عن أثر التمثيلات الرياضية باستخدام نموذج ليش (Lesh) في تدريس عمليتي جمع وطرح الأعداد لدى أطفال الصف الأول الابتدائي، وقد استخدم المنهج الشبه التجريبي ذو المجموعتين الضابطة والتجريبية، وتوصلت نتائج البحث إلى وجود فروق لصالح التطبيق البعدي للمجموعة التجريبية، مما يدل على ارتفاع مستوى مهارات (جمع وطرح الأعداد) ككل لدى طلاب الصف الأول الابتدائي في التطبيق البعدي للمجموعة التجريبية التي تم تعرضهم لبرنامج تعليمي قائم على استخدام استراتيجية التمثيلات الرياضية مما يدل على أثرة الإيجابي على العينة التجريبية.
- ودراسة العجلان (٢٠٢٣) التي هدفت إلى قياس مستوى معرفة معلمات رياض الأطفال بالأنشطة الحسية واستخدامها لتنمية الحس العددي للأطفال المعرضين لخطر صعوبات

الحساب، واستخدم المنهج الوصفي التحليلي، كما أعدّت استبانة من قبل الباحثتين للإجابة عن أسئلة البحث، وتوصلت النتائج إلى وجود معرفة واستخدام للأنشطة الحسية في تنمية الحس العددي بدرجة مرتفعة من وجهة نظر معلمات رياض الأطفال، إلا أن استخدامهن كان موحدًا لجميع الأطفال دون مراعاة للفروق الفردية، فلم تخصص الأنشطة الحسية للأطفال المعرضين لخطر صعوبات الحساب وفق احتياجهم الفردي.

- ودراسة العبد الواحد (٢٠٢٣) التي هدفت إلى قياس فاعلية استخدام التمثيلات الرياضية في تنمية مهارات الحس العددي لدى أطفال الصف الثاني الابتدائي، وتم استخدم المنهج شبه التجريبي، وتكوّنت عينة الدراسة من (٢٨) طالبة في الصف الثاني الابتدائي، وتم جمع البيانات من خلال اختبار الآحاد والعشرات والجمع والطرح والمسائل الرياضية، وبرنامج أثر التمثيلات الرياضية في تنمية الحس العددي، وأظهرت النتائج إنّ التمثيلات الرياضية لها أثر عظيم في زيادة إدراك الطلبة وتنمية مهاراتهم الحس عددية، مما انعكس على تحصيلهم في مادة الرياضيات.
- دراسة عمران (٢٠٢٣) التي هدفت إلى تحديد فاعلية التمثيلات المتعدّدة الرياضية ضوء نموذج ليش (Lesh) في تنمية بعض عادات العقل المنتجة في الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية، واعتمد البحث في إجراءاته على التصميم التجريبي القائم على استخدام المجموعتين التجريبية والضابطة مع اختبارات قبلية بعدية، وتم التوصل إلى عدّة نتائج منها: وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية وطلاب المجوعة الضابطة في اختبار عادات العقل المنتجة المعرفية ككل ومهاراته الفرعية (إنشاء، واستخدام التمثيلات الهندسية، البرهان والاستدلال، البحث عن الأنماط) كل على حدة، وذلك لصالح المجموعة التجريبية.
- ودراسة العجمي (٢٠٢٢) التي هدفت إلى التعرّف على مستوى أداء طلبة السنة الأولى في جامعة الكويت في إيجاد الميل بالتمثيلات: الجبرية والبيانية واللفظية ضوء نموذج ليش (Lesh)، وأيضًا مفهوم الميل لديهم، وتم اعتماد المنهج الوصفي للدراسة، وتبين من النتائج تدني مستوى الطلبة في إيجاد الميل بمفاهيمه وتمثيلاته المتعدّدة، وتبيّن وجود فرق ذي دلالة إحصائية لصالح المتوسط الفرضي، كذلك تبيّن عدم وجود فرق بين أداء الطلبة تعزى للنوع أو التمثيلات المتعدّدة في إيجاد الميل، وأوضحت نتائج المقابلات محدودية مفهوم الميل لدى الطلبة، وإنّ ثلاثة أرباع الطلبة ذكروا ثلاثة مفاهيم أو أقل للميل كمًا أوضحت النتائج تركيز الطلبة على مفهوم المعدل الجبري للميل.

- ودراسة عباد (٢٠٢٢) التي هدفت إلى مقارنة مدى تضمين المحتوى الهندسي في كتب الرياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية في ضوء نموذج ليش (Lesh) للتمثيلات المتعددة والمراوحات بينها للمرحلة (٦-٨) وأظهرت النتائج عدم انسجام كل من الكتب الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية مع ما اقترحه نموذج ليش (Lesh)، حيث ركز محتواهما على تمثيلات ومراوحات دون الأخرى، فظهر ارتفاع في التمثيلات اللفظية والرمزية والصور والأشكال، وضعف في تمثيلات المواقف الحياتية، وضعف شديد في تمثيلات النماذج والمجسمات. وضعف وانعدام في العديد من المراوحات بين التمثيلات.
- ودراسة هورتون (Horton, 2020) التى سعت إلى تقييم أداء الطلاب في مهارات حل المسائل الجبرية، واقتصرت الدراسة على مهارات ترجمة المسائل الجبرية وتمثيلها رياضياً، وتوظيف العلاقات والمعادلات الجبرية للتعبير عن المسائل الجبرية، وبناء خطة للحل محدّدة الخوارزميات، ومهارات الاستدلال الجبري، واعتمدت الدراسة على جزأين: الجزء الأول تمثل في اختبار المسائل الجبرية يستخدم فيه الطالب الورقة والقلم، والجزء الثاني تم عمل مقابلة مفتوحة مع كل تلميذ لمناقشته حول الاستجابات المكتوبة في الاختبار.
- ودراسة عويضة (٢٠٢٠) التى هدفت إلى بناء وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعدّدة لطلاب الصف الثاني الإعدادي ضوء نموذج ليش (Lesh)، وتحديد فاعليتها في تنمية قدرتهم على اكتشاف الأنماط الرياضية، وتنمية قدرة الطلبة على التفكير الرياضي، كما هدف إلى تحديد العلاقة بين قدرة الطلاب على اكتشاف الأنماط الرياضية وقدرتهم على التفكير الرياضي، وتوصل البحث إلى مجموعة من النتائج ومنها إنّ أداء المجموعة التجريبية في التفكير الرياضي والأنماط الرياضية أفضل من المجموعة الضابطة في الاختبار البعدي، وعدم فاعلية الوحدة التعليمية المقترحة في تنمية قدرة طلاب المجموعة التجريبية على اكتشاف النمط اللفظي، والنمط التربيعي، وعلى بعض مكونات التفكير الرياضي وهي: التفكير البصري، والتفكير المنطقي، والتفكير الرياضي ككل.
- دراسة حسن (٢٠٢٠) التى هدفت إلى الكشف عن فاعلية برنامج مقترح باستخدام نموذج ليش (Lesh) قائم على التدريب الالكتروني التشاركي في تنمية التمثيلات الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، وقد استخدم المنهج التجريبي، وتكونت عينة البحث من (٣٠) معلمًا من معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية بمحافظة الإحساء بالمملكة العربية السعودية، وقد كشفت نتائج البحث عن وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطات درجات معلمي المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي على الاختبار التحصيلي للجوانب المعرفية المرتبطة بأداء معلمي الرياضيات للتمثيلات الرياضية.

- ودراسة بيريش (Berch ,2019) التي هدفت إلي تقصي مدى إمكانية تنمية المهارات الخوارزمية لدى عينة من طلاب المرحلة الابتدائية بمدارس اسطنبول، وأوضحت نتائج الدراسة إلى ضرورة التركيز على تنمية المهارات الخوارزمية في مراحل مبكّرة لارتباطها بتحقيق العديد من أهداف تعليم الرياضيات، حيث يمثل ضرورة للطلاب للاستمرارية في تعلم الرياضيات، كما أوضحت نتائج الدراسة إنّ جميع الصعوبات التي تظهر في عمليات حل المشكلة تعزو إلى صعوبات توظيف المهارات الخوارزمية.
- ودراسة نورمان (Norman, 2017) التي هدفت إلى تنمية التفكير الجبري من خلال نموذج مقترح تم تدريب معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية وفقاً له، وبينت الدراسة وجود تدنٍ في مستوى مهارات التفكير الجبري لدى الطلاب، ويعزو ذلك الى قصور الأداء التدريسي لدى معملي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، لذلك يجب اعتبار التفكير الجبري كمدخل أكاديمي في التنمية المهنية لتطوير الأداء التدريسي لمعلمي الرياضيات، حيث تم توجيه المعلمين إلى تخطيط وتنفيذ خطط لبعض الدروس في الرياضيات ومتابعتها ومناقشة المعلمين حول الأنشطة والإجراءات الصفية لتعديلها وتطويرها، مع ضرورة متابعة تنفيذها، وقياس أثرها على تنمية التفكير الجبري لدى الطلاب.
- ودراسة سالازار (Salazar, 2017) التي هدفت إلى تقييم مستوى طلاب الصف التاسع بالمدارس اليابانية في مهارات التفكير الجبري، وتكوّنت عينة الدراسة من (١٥٤) طالب وطالبة، وأشارت نتائج الدراسة إلى وجود تدنٍ في مستوي الطلاب في تنمية مهارات التفكير الجبري خاصة في موضوعات: (المعادلة الخطية، والعلاقة، والدالة الخطية)، حيث تزداد مشكلات الطلاب في حل معادلة خطية في مجهولين، وتظهر المشكلات واضحة في المسائل اللفظية وكيفية تحويلها من صيغة لفظية إلى صيغة رمزية بكتابة معادلة أو علاقة رياضية محدّدة، والتمييز بين المجاهيل غير المعلومة، وتحويلها إلى متغيرات جبرية يمكن تحديد قيمها بفترات على خط الأعداد، كما لوحظ صعوبة دراسة المعادلة الخطية من خلال مجموعة من الإحداثيات الكارتيزية المعطاة.

وقد استفاد البحث الحالي من تلك الدراسات في بناء الإطار النظري للبحث وفقا لمحاوره والمتمثلة في التمثيلات الرياضية المتعدّدة، وتطبيقات نموذج ليش (Lesh)، وكذلك تحديد مهارات الحس العددي الواجب تنميتها لدى طلاب الصف السادس الابتدائي، كما استفاد البحث الحالي من الدراسات السابقة في بناء أدوات البحث وتحديد التصميم التجريبي المناسب لإجراء البحث والكشف عن صحة فروضه وتفسرها، ومناقشتها، بالإضافة إلى تحديد مشكلة البحث وتساؤلاته والمنهج المستخدم.

منهجية البحث وإجراءاته

أولاً- منهج البحث:

تم استخدام المنهج شبه التجريبي بتصميم المجموعة الواحدة ذي الاختبار القبلي والبعدي الذي ينتمي إلى التصميمات التجريبية الحقيقية.

ثانيًا-مجتمع البحث:

تكوّن مجتمع البحث من جميع طلاب الصف السادس الابتدائي في المدارس التابعة لإدارة التعليم ببيشة؛ حيث بلغ عدد طلاب الصف السادس الابتدائي في مكتب تعليم وسط بيشة (١٢٨٣) طالب خلال الفصل الدراسي الأول لعام ١٤٤٦هـ.

ثالثًا- عينة البحث:

تكونت عينة البحث من (٢٤) طالبًا من طلاب الصف السدس الابتدائي بمدرسة الفاروق، تم اختيارهم بأسلوب العينة العشوائية البسيطة، كمجموعة تجريبية واحدة تدرس باستخدام نموذج Lesh للتمثيلات الرياضية المتعدّدة.

رابعًا- مواد البحث:

- دليل المعلم لتدريس وحدة (وحدة العمليات على الكسور العشرية) بكتاب السادس الابتدائي من مقرر الرياضيات باستخدام نموذج Lesh للتمثيلات الرياضية المتعددة.
- كراسة نشاط للطالب في وحدة (العمليات على الكسور العشرية) من مقرر الرياضيات للصف السدس الابتدائي، وتم إعدادهما على وفق الخطوات الآتية:

١. **إعداد دليل المعلم:** تم إعداد دليل المعلم وفقاً للخطوات الآتية:

أ. **اختيار الوحدة الدراسية:** تم اختيار وحدة (العمليات على الكسور العشرية) من كتاب الرياضيات للصف السادس الابتدائي للفصل الدراسي الأول، وذلك لمناسبة موضوعاتها لتطبيق نموذج Lesh، وكذلك تحتوي الوحدة على العديد من العمليات الذهنية على الأعداد، والتي يمكن أن يقوم الطلاب بتطبيقها والاستفادة منها.

ب. **إعداد دليل المعلم:** قام الباحث بإعداد دليل المعلم للاستعانة به في تدريس وحدة (العمليات على الكسور العشرية) وفقاً لنموذج Lesh؛ وذلك من خلال دراسة الأدبيات المرتبطة بنموذج Lesh، والتي سبق عرضها في هذا البحث، ومنها دراسات(العنزي، ٢٠٢٣؛ العبد الواحد، ٢٠٢٣؛ عمران، ٢٠٢٣؛ عباد، ٢٠٢٢؛ العمري، ٢٠٢٠)، وبعد الانتهاء من إعداد دليل المعلم، تم عرضه على مجموعة من المحكمين المختصين في المناهج وطرق التدريس؛ لإبداء ملاحظاتهم حول وضوح التوجيهات، وسلامة صياغة الأهداف، مع ملاءمة كل درس للأهداف المحددة له،

إلى جانب صياغة الوحدة مع نموذج Lesh، وصحة المعلومات الواردة، فضلاً عن ملاءمة التقويم لقياس الأهداف، ثم أجريت بعض التعديلات كإعادة صياغة الأهداف، ليكون دليل المعلم في صورته النهائية قابلا للتطبيق، وقد تضمن الدليل ما يأتي:

- مقدمة تعريفية عن محتويات الدليل.
- نبذه عن نموذج Lesh للتمثيلات الرياضية المتعددة.
- نبذه عن مهارات الحس العددي.
- الخطوات التي يسير عليها المعلم وفقا لنموذج Lesh للتمثيلات الرياضية المتعدّدة.
- الخطة الزمنية لتدريس موضوعات الوحدة.
- دروس الوحدة التي تم إعادة صياغتها وفقا لنموذج Lesh للتمثيلات الرياضية المتعدّدة، وقد اشتمل كل درس على ما يأتي: (العنوان– الأهداف– المواد والوسائل التعليمية – خطوات السير في الدرس).

٢. **كراسة نشاط الطالب:** هي مجموعة أوراق عمل تقدم للطلاب، على حسب الوقت المناسب في أثناء شرح الدرس، وتحتوي الكراسة على ما يأتي:

–**مقدمة:** تحتوي على تقديم بسيط للطالب توضح فيه أهمية هذه الكراسة في أثناء دراسة وحدة (العمليات على الكسور العشرية)، فضلاً عن مجموعة الإرشادات التي يجب على الطالب مراعاتها والتقيد بها.

–**أوراق العمل:** وتتضمّن رقم النشاط وبيان الهدف منه والمواد المطلوبة وخطوات تنفيذ النشاط .

وبعد الإنتهاء من إعداد كراسة نشاط الطالب تم عرضها على مجموعة من المحكمين المختصين في المناهج وطرق التدريس؛ لإبداء ملاحظاتهم حول مدى مناسبة الأنشطة لمستوى الطلاب، والتحقق من السلامة العلمية للأنشطة، ثم أجريت بعض التعديلات في ضوء آراء السادة المحكمين وملاحظاتهم لتكون كراسة نشاط الطالب في صورتها النهائية قابلة للتطبيق.

سادسًا– أداة البحث:

لتحقيق أهداف البحث تم إعداد الاختبار التحصيلي في وحدة (العمليات على الكسور العشرية)، لقياس الجانب المعرفي لمهارات الحس العددي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي بمحافظة بيشة، وقد تم إعداد هذا الاختبار وفقاً للخطوات التالية:

- جدول مواصفات الاختبار التحصيلي:

قام الباحث بتحديد الأوزان النسبية للمهارات، وكذلك تحديد الأوزان النسبية للمستويات المعرفية الست التذكر، والفهم، والتطبيق، والتحليل، والتركيب والتقويم)، وذلك بتحديد عدد الأسئلة التي ترتبط بكل مهارة من مهارات الحس العددي، وتحديد عدد الأسئلة التي ترتبط بكل مستوى من المستويات المعرفية الست (تذكر، فهم، تطبيق، تحليل، تركيب، تقويم).

- إعداد الاختبار التحصيلي في صورته الأولية:

قام الباحث بإعداد الاختبار في صورته الأولية، والتي تضمنت:

- الهدف من الاختبار التحصيلي.
- تعليمات الإجابة عن الاختبار التحصيلي.
- أسئلة الاختبار تم صيغته بحيث يكون لكل سؤال أربعة بدائل، على أن يكون هناك بديل واحد صحيح من بين البدائل الأربعة، وبواقع درجة واحدة لكل سؤال، ويتضمن الاختبار (٥٠) سؤالاً، ومن ثمّ الدرجة الكلية للاختبار (خمسون درجة)، وقد تمت صياغة الأسئلة بحيث تراعي الدقة العلمية واللغوية، وأن تكون محددة وواضحة خالية من الغموض، وممثلة للمحتوى والأهداف المرجو قياسها.

- الصدق الظاهري للاختبار التحصيلي:

للتأكّد من صدق الاختبار التحصيلي قام الباحث بعرضها في صورتها الأولية على مجموعة من المحكمين المتخصصين في المناهج وطرق التدريس الرياضيات وكانت لديهم بعض الملاحظات في إعادة الصياغة، وكان الغرض من التحكيم إبداء الرأي حول:

- مدى أهمية الأسئلة.
- مدى وضوح صياغة الأسئلة وخلوها من الغموض.
- مدى ارتباط البدائل أو العبارات برأس السؤال.
- مدى السلامة العلمية واللغوية لمفردات الاختبار.
- مدى تمثيل الأسئلة للمحتوى وأهداف البرنامج التدريبي المرجو قياسها.
- مدى سلامة ووضوح تعليمات الاختبار.
- إضافة بنود تم إغفالها وترون أنها مطلوبة لهذا الاختبار.
- حذف أو إضافة أي أسئلة غير مناسبة من وجه نظركم.
- إضافة مقترحات وملاحظات من أجل إثراء البحث.

وقد أجريت التعديلات اللازمة بناء على آراء المحكمين وملحوظاتهم، والتي تمثلت في إعادة صياغة بعض فقرات الاختبار، وتعديل بدائل الإجابة، وفيما يأتي توضيح ذلك:

- إعادة صياغة مجموعة من المهارات للغويا. – توحيد المفردات.
- حذف كلمة (ما عدا) من بدائل الاختبار.
- التقليل من كتابة بديل بصياغة: "لا شيء مما سبق".

صدق الاتساق الداخلي للاختبار:

كما تم التحقّق من صدق اتساق اختبار الحس العددي من خلال تطبيقه على عينة استطلاعية قوامها (١١) طالبًا من طلاب الصف السادس الابتدائي بمحافظة بيشة، وحساب صدق الاتساق الداخلي من خلال حساب معامل ارتباط بيرسون "Pearson Correlation" بين كل فقرة والدرجة الاجمالية للاختبار ككل.

جدول (1) معاملات ارتباط بيرسون Pearson لكل فقرة بالدرجة الكلية للاختبار ككل

م	معامل بيرسون	مستوى الدلالة	م	معامل بيرسون	مستوى الدلالة	م	معامل بيرسون	مستوى الدلالة	م	معامل بيرسون	مستوى الدلالة
١	٠.٨٦٩**	٠.٠٠٠	٢	٠.٥٩٢*	٠.٠١٢	٣	٠.٧٥٠**	٠.٠٠٠	٤	٠.٧٧٦**	٠.٠٠٠
٥	٠.٧٨٤**	٠.٠٠٠	٦	٠.٨٤٢**	٠.٠٠٠	٧	٠.٨٦١**	٠.٠٠٠	٨	٠.٨١١**	٠.٠٠٠
٩	٠.٨٦٨**	٠.٠٠٠	١٠	٠.٨٨٣**	٠.٠٠٠	١١	٠.٧٩٥**	٠.٠٠٠	١٢	٠.٩٦٧**	٠.٠٠٠
١٣	٠.٨٦٥**	٠.٠٠٠	١٤	٠.٧٩٨**	٠.٠٠٠	١٥	٠.٧٨٩**	٠.٠٠٠	١٦	٠.٨٤٦**	٠.٠٠٠
١٧	٠.٦١٨*	٠.٠٠٢	١٨	٠.٩٦٧**	٠.٠٠٠	١٩	٠.٨٠٢**	٠.٠٠٠	٢٠	٠.٨٢٣**	٠.٠٠٠
٢١	٠.٧٩٢**	٠.٠٠٠	٢٢	٠.٨٣٢**	٠.٠٠٠	٢٣	٠.٨٣١**	٠.٠٠٠	٢٤	٠.٧٩٦**	٠.٠٠٠
٢٥	٠.٨١١**	٠.٠٠٠	٢٦	٠.٦١٩*	٠.٠٠٢	٢٧	٠.٨٢١**	٠.٠٠٠	٢٨	٠.٨٧٤**	٠.٠٠٠
٢٩	٠.٨٦٣**	٠.٠٠٠	٣٠	٠.٧٧٩**	٠.٠٠٠	٣١	٠.٦٩٨**	٠.٠٠٢	٣٢	٠.٨٠٦**	٠.٠٠٠
٣٣	٠.٨٦٤**	٠.٠٠٠	٣٤	٠.٩٠٧**	٠.٠٠٠	٣٥	٠.٥٤٦**	٠.٠٣٨	٣٦	٠.٧٦٧**	٠.٠٠٠
٣٧	٠.٨٩١**	٠.٠٠٠	٣٨	٠.٨٦١**	٠.٠٠٠	٣٩	٠.٦٨٠**	٠.٠٠٠	٤٠	٠.٨٣٤**	٠.٠٠٠
٤١	٠.٦٩٥**	٠.٠٠٣	٤٢	٠.٨٢٦**	٠.٠٠٠	٤٣	٠.٨٦١**	٠.٠٠٠	٤٤	٠.٨٢٩**	٠.٠٠٠
٤٥	٠.٦٤٥*	٠.٠٠٢	٤٦	٠.٧٨٦**	٠.٠٠٠	٤٧	٠.٨٤٦**	٠.٠٠٠	٤٨	٠.٨٦٢**	٠.٠٠٠
٤٩	٠.٩٤٦**	٠.٠٠٠	٥٠	٠.٧٩٣**	٠.٠٠٠						

* الارتباط دال عند مستوى (٠.٠٥)

** الارتباط دال عند مستوى (٠.٠١)

ويتضح من الجدول (1) السابق إنّ جميع قيم معاملات ارتباط بيرسون " Pearson Correlation" كما إنّ معاملات الاتساق كانت قيم موجبة وكبيرة ودالة إحصائياً عند مستوى دلالة (٠.٠٥) أو مستوى (٠.٠١)، مما يشير إلى اتساق جميع عبارات الاختبار.

ثبات الاختبار:

تم التحقّق من ثبات الاختبار عن طريق تطبيقه على عينة استطلاعية قوامها (١١) طالبًا من طلاب الصف السادس الابتدائي بمحافظة بيشة، وحساب معامل ثبات "الفاكرونباخ "Alpha Cronbach، لفقرات الاختبار ككل، وقد بلغ معامل الثبات الكلي (٠.٨١٧) وهو

معامل ثبات كبير ومقبول مما يشير إلى ثبات الاختبار وصلاحية الاختبار للتطبيق بطمأنينة في هذا البحث وإمكانية الاعتماد على نتائجه والوثوق بها.

تحديد معامل السهولة والصعوبة لفقرات الاختبار التحصيلي:

الهدف من حساب معامل السهولة والصعوبة هو حذف الفقرات المتناهية السهولة أو متناهية الصعوبة، وبعد رصد درجات طلاب العينة الاستطلاعية والتي قوامها (١١) طالبًا من طلاب الصف السادس الابتدائي بمحافظة بيشة، قام الباحث بحساب معامل السهولة والصعوبة لكل فقرة من فقرات الاختبار، باستخدام المعادلة التالية:

معامل الصعوبة = عدد الطلاب الذين أجابوا إجابة صحيحة ÷ عدد الطلاب الكلي

ويُعدُّ السؤال مقبولا إذا تراوحت قيمة معامل الصعوبة له بين (٠.١٥ – ٠.٨٥) (أبو جلالة، ١٩٩٩)، كون المفردة التي يقل معامل الصعوبة لها عن(٠.١٥) تكون شديدة الصعوبة، والفقرة التي يزيد معامل الصعوبة لها عن (٠.٨٥) تكون شديدة السهولة، وقد تراوحت معاملات الصعوبة لفقرات الاختبار التحصيلي ما بين (٠.٥١ – ٠.٨) كما هو موضح في الجدول (2) التالي، لذا لم يتم استبعاد أي فقرة من الاختبار التحصيلي.

تحديد معامل التمييز لكل فقرة من فقرات الاختبار التحصيلي:

يُعدُّ معامل التمييز عن درجة تمييز الفقرة للطلاب ذوي الأداء المرتفع، والطلاب ذوي الأداء المنخفض، وقد تم حساب معامل التمييز لكل فقرة من فقرات الاختبار التحصيلي كالآتي:

- ترتيب درجات الطلاب من الأعلى إلى الأدنى.
- تقسيم الدرجات إلى مجموعتين: ٥٠% تمثل الدرجات العليا، ٥٠% تمثل الدرجات الدنيا.
- تحديد عدد الطلاب الذين أجابوا إجابة صحيحة في كل مجموعة عن كل فقرة على حدة.
- تطبيق المعادلة التالية.

$$\text{معامل التمييز} = \frac{\text{س ع} - \text{س د}}{\frac{1}{2}\text{ن}}$$

ويقبل السؤال إذا لم يقل معامل تمييزه عن ٠.٣٠ (جابر، ١٩٩٦)، وقد تراوحت معاملات التمييز لفقرات الاختبار التحصيلي بين (٠.٣٩ – ٠.٦٩) كما هو موضح في الجدول (2) التالي، مما يدل على أن مقدار التمييز لفقرات الاختبار التحصيلي مناسبة، لذا لم يتم استبعاد أي فقرة من فقرات الاختبار لاعتبار كل فقرة على درجة عالية من التمييز.

جدول (٢) تحديد معاملات السهولة والصعوبة والتمييز لمفردات الاختبار التحصيلي

م	السهولة	الصعوبة	التمييز	م	السهولة	الصعوبة	التمييز	م	السهولة	الصعوبة	التمييز
١	٠.٨	٠.٢	٠.٦٦	٢	٠.٤٣	٠.٥٩	٠.٣٩	٣	٠.٨	٠.٢	٠.٦٦
٤	٠.٧٢	٠.٢٨	٠.٤٠	٥	٠.٨	٠.٢	٠.٦٢	٦	٠.٦	٠.٤	٠.٧٤

م	السهولة	الصعوبة	التمييز	م	السهولة	الصعوبة	التمييز	م	السهولة	الصعوبة	التمييز
٧	٠.٨	٠.٢	٠.٤٦	٨	٠.٨	٠.٦٩	٠.٥١	٩	٠.٣٩	٠.٥٩	٠.٤٣
١٠	٠.٧٢	٠.٢٨	٠.٣٩	١١	٠.٧٢	٠.٢٨	٠.٥٨	١٢	٠.٧٦	٠.٢٤	٠.٥٨
١٣	٠.٦٤	٠.٣٦	٠.٦٢	١٤	٠.٨	٠.٢	٠.٤٥	١٥	٠.٨	٠.٦٩	٠.٥١
١٦	٠.٦٤	٠.٣٦	٠.٥١	١٧	٠.٦٤	٠.٣٦	٠.٤٥	١٨	٠.٧٢	٠.٢٨	٠.٥٨
١٩	٠.٨	٠.٢	٠.٦٦	٢٠	٠.٨	٠.٢	٠.٦٠	٢١	٠.٦٤	٠.٣٦	٠.٥٨
٢٢	٠.٦	٠.٤	٠.٧٤	٢٣	٠.٧٦	٠.٢٤	٠.٥٣	٢٤	٠.٨	٠.٢	٠.٦٠
٢٥	٠.٥١	٠.٤٨	٠.٥١	٢٦	٠.٥٢	٠.٤٨	٠.٦٨	٢٧	٠.٧٦	٠.٢٤	٠.٥٨
٢٨	٠.٧٦	٠.٢٤	٠.٤٩	٢٩	٠.٨	٠.٢	٠.٦٠	٣٠	٠.٤٣	٠.٥٩	٠.٣٩
٣١	٠.٦	٠.٤	٠.٤٣	٣٢	٠.٧٦	٠.٢٤	٠.٥٣	٣٣	٠.٦	٠.٤	٠.٤٤
٣٤	٠.٧٦	٠.٢٤	٠.٦٦	٣٥	٠.٦	٠.٤	٠.٤٣	٣٦	٠.٨	٠.٢	٠.٦٠
٣٧	٠.٨	٠.٢	٠.٦٢	٣٨	٠.٧٦	٠.٢٤	٠.٦٦	٣٩	٠.٧٦	٠.٢٤	٠.٦٦
٤٠	٠.٨	٠.٢	٠.٥١	٤١	٠.٣٩	٠.٥٩	٠.٤٣	٤٢	٠.٨	٠.٢	٠.٦٢
٤٣	٠.٦	٠.٤	٠.٤٤	٤٤	٠.٧٦	٠.٢٤	٠.٥٨	٤٥	٠.٥٢	٠.٤٨	٠.٦٨
٤٦	٠.٨	٠.٢	٠.٤٥	٤٧	٠.٦٤	٠.٣٦	٠.٥٨	٤٨	٠.٦	٠.٤	٣٧
٤٩	٠.٦٤	٠.٣٦	٠.٤٥	٥٠	٠.٨	٠.٢	٠.٦٠				

تحديد الزمن المناسب للإجابة على الاختبار:

تم تقدير الزمن المطلوب للإجابة على الاختبار التحصيلي بحساب متوسط الزمن الذي استغرقته طلاب العينة الاستطلاعية في الإجابة عن الاختبار التحصيلي أثناء إجراء التجربة الاستطلاعية.

زمن الاختبار التحصيلي = مجموع أزمنة الطلاب ÷ عدد افراد العينة الاستطلاعية

زمن الاختبار التحصيلي = ٥٤٧.٨ دقيقة ÷ ١١ طالب = ٤٩.٨ دقيقة، وقد حدد الباحث زمن تطبيق الاختبار التحصيلي بـ ٦٠ دقيقة.

سابعًا– التطبيق الميداني لتجربة البحث: مر التطبيق الميداني للبحث بثلاث مراحل، وهي:

المرحلة الأولي: ما قبل التدريس لعينة البحث: وخلالها تم التجهيز لتجربة البحث وأخذ موافقة الجهات المعنية بالتطبيق، كما تم تطبيق أداة البحث قبليا على عينة البحث.

المرحلة الثانية: التدريس لعينة البحث: وشمل ذلك ما يلي:

تدريس المجموعة التجريبية: قام معلم الرياضيات بتدريس طلاب المجموعة التجريبية باستخدام نموذج Lesh للتمثيلات الرياضية المتعدّدة في وحدة (العمليات على الكسور العشرية)، وذلك بالاستعانة بدليل المعلم المعد وفق نموذج Lesh للتمثيلات الرياضية المتعدّدة ، وقد استغرق تدريس الوحدة (18) حصة دراسية لمدة ثلاثة أسابيع بمعدل ست حصص في الأسبوع؛ حسب الخطة الدراسية المعتمدة في المدرسة، ومن خلال مناقشة معلم الرياضيات أثناء التدريس لاحظ الباحث مشاركة الطلاب وتفاعلهم في المناقشة والاستفسار بحسب ما أفاد

المعلم، وكذلك لاحظ الباحث عدم انسجام بعض الطلاب داخل المجموعة التجريبية في بداية تنفيذ النموذج؛ الا انه مع مرور الوقت ظهرت روح العمل الجماعي والتعاون فيما بينهم، كذلك ظهرت روح التنافس بينهم؛ ما أضفى جواً من النشاط أثناء التدريس.

المرحلة الثالثة: ما بعد التدريس لعينة البحث: بعد انتهاء، تم التطبيق البعدي لاختبار مهارات الحس العددي وتم تصحيح الأداة، ورصد درجات طلاب المجموعة تمهيدًا لإجراء المعالجات الإحصائية المناسبة.

عرض النتائج ومناقشتها وتفسيرها:

عرض النتائج المتعلّقة بالسؤال الأول : والذي نص على: "ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية مهارة ادراك الكم المطلق والنسبي للعدد لدي طلاب الصف السادس الابتدائي؟"، وللإجابة عن هذا السؤال كان لابد من اختبار صحة الفرض التالي: " يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد لصالح التطبيق البعدي"، حيث تم استخدام اختبار(ت) للمجموعات المعتمدة Paired samples T-Test للمقارنة بين متوسطات درجات عينة الدراسة في القياس القبلي والقياس البعدي لمهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد، ويبيّن الجدول (٣) نتائج اختبار "ت".

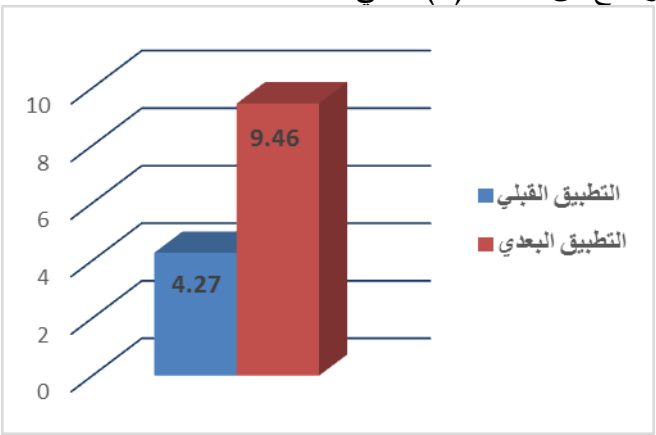
جدول (٣) نتائج اختبار (ت) لدلالة الفروق
لمهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد (قبلي –بعدى)

مهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد	العدد	المتوسط	الانحراف المعيارى	الفروق بين المتوسطين	درجة الحرية	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
التطبيق القبلى	٢٤	٤.٢٧	٠.٧٥٢	٥.١٨٨	٢٣	٢٧.٦٦٧	٠.٠٠٠
التطبيق البعدى		**٩.٤٦**	**٠.٤١٥**				

بالنظر إلى الجدول السابق نجد إنّ قيمة (ت) للفرق بين متوسطي درجات عينة الدراسة في مهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد (قبلي – بعدى) قد بلغت (٢٧.٦٦٧) وهي قيمة دالة عند درجة الحرية (٢٣) حيث إنها أكبر من القيمة الجدولية عند درجة الحرية نفسها، كما بلغت قيمة مستوى الدلالة (٠.٠٠٠) وهي قيمة أصغر من (٠.٠٥).

والنتيجة السابقة تعني إنّ استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة قد أدى إلى زيادة في مهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد، حيث كانت فروق المتوسطات كبيرة ودالة بين التطبيقين القبلي والبعدي لصالح التطبيق البعدي، وطبقاً لهذه النتيجة تم قبول الفرضية الأولى التي تشير إلى وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات

التطبيقين القبلي والبعديى لمهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد، وذلك لصالح التطبيق البعدي، كما هو واضح من الشكل (١) التالي:



شكل (١) يوضح الفروق بين التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة ادراك الكم المطلق والنسبي للعدد

وللتحقق من فاعلية المعالجة التجريبية (نموذج lesh للتمثيلات المتعددة) في المتغيّر التابع (مهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد)، قام الباحث باستخدام معادلة الكسب المعدل لبلاك Black (جيروكمب، ١٩٩١، ٢٥٠).

$$MG = \frac{M_2 - M_1}{P - M_1} + \frac{M_2 - M_1}{P}$$

حيث: M2 المتوسط البعدي، M1 المتوسط القبلي، P الدرجة العظمي للمقياس.

ويذكر "بلاك" (Blake, 1996, 99) أن مدى الفاعلية لهذه المعادلة من (٠) إلى (٢)، وقد اعتبر "بلاك" أن الحد الأدنى لقبول الفاعلية هو (١.٢) (هريدي، ٢٠١٧)، وقد بلغت نسبة الكسب المعدل لبلاك Black لمهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد (١.٤٢)، وهذه النسبة تقع في المدى الذي حدده بلاك للفاعلية حيث أنها أكبر من (١.٢)، مما تشير النتيجة السابقة إلى أن استخدام (نموذج lesh للتمثيلات المتعددة) ذا فاعلية في زيادة درجات الكسب (مهارة إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد لدى طلاب الصف السادس الابتدائي).

وترجع هذه النتيجة إلى أنّ استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة مكن من ترجمة النص الرياضي من أحد أشكاله إلى نماذج محسوسة أو شكل آخر من أشكاله، وذلك باستخدام أشياء مثل الكلمات والجداول والرسومات والمواد المحسوسة وغيرها للتعبير عن فكرة أو مفهوم رياضي، وهو ما مكن الطلاب من إدراك إنّ كل عدد من الأعداد يمثل كما أو مقداراً معيناً،

بمعنى ما يقترن بهذا العدد من كم بصرف النظر عمّا قد يكون حوله من أعداد أخرى، أي ما يمثّله العدد بصورة مستقلة في حد ذاته وبدون مقارنته بعدد آخر، كما إنّ وجود علاقة وثيقة بين التمثيلات الرياضية وبناء صورة ذهنية صحيحة حول المفهوم الرياضي مكن الطلاب من إدراك كم العدد في علاقته بكم عدد آخر، وعلاقة هذا العدد بالأعداد الأخرى التي تكبره أو تصغره؛ مما يجعل الطالب قادراً على مقارنة الأعداد وترتيبها وتحديد الأعداد القريبة والبعيدة من عدد معين وإيجاد صور مكافئة له وقدرته على إدراك المسافات بينها، وتتفق هذه النتيجة مع دراسات (العنزي، ٢٠٢٣؛ العبد الواحد، ٢٠٢٣؛ عمران، ٢٠٢٣) التي أشارت نتائجها إلى أن الصورة الذهنية تمثل حالة خاصة بكل طالب على حده، ترتبط بنمط تعلّمه ومسارات تفكيره وأسلوبه المعرفي المفضل، واستراتيجيات معالجته للمعلومات المقدمة وربطها ببنائه المعرفي الرياضي، ليتمكّن الطالب من تنمية عقله الرياضي بصورة مستمرة من خلال استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة.

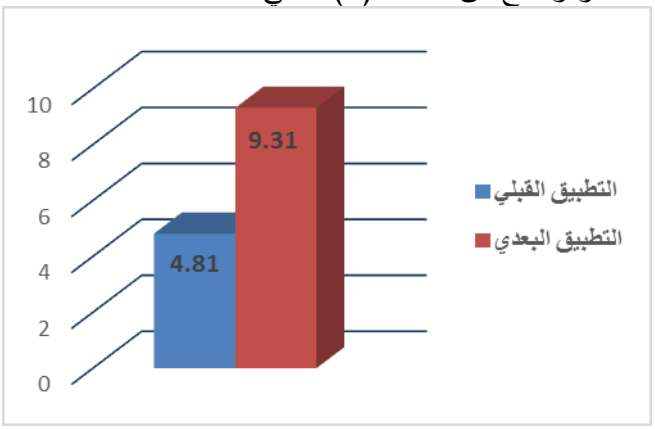
عرض النتائج المتعلّقة بالسؤال الثاني: والذي ينص على: "ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية مهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد لدى طلاب الصف السادس الابتدائي ؟"، وللإجابة عن هذا السؤال كان لابد من اختبار صحة الفرض التالي: " يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة ادراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد للعدد لصالح التطبيق البعدي"، حيث تم استخدام اختبار(ت) للمجموعات المعتمدة Paired samples T-Test للمقارنة بين متوسطات درجات عينة الدراسة في القياس القبلي والقياس البعدي لمهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على العداد، ويبيّن الجدول(٤) نتائج اختبار "ت".

جدول (4) نتائج اختبار (ت) لدلالة الفروق
لمهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد (قبلي –بعدى)

مهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	الفروق بين المتوسطين	درجة الحرية	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
التطبيق القبلي	٢٤	٤.٨١	٠.٩٣٠	٤.٥٠٠	٢٣	١٨.٤٠٥	٠.٠٠٠
التطبيق البعدي		٩.٣١	١.٠٠٩				

بالنظر إلى الجدول (٤) نجد إنّ قيمة (ت) للفرق بين متوسطي درجات عينة الدراسة في مهارة ادراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد (قبلي – بعدى) قد بلغت (١٨.٤٠٥) وهي قيمة دالة عند درجة الحرية (٢٣) حيث أنها أكبر من القيمة الجدولية عند درجة الحرية نفسها، كما بلغت قيمة مستوى الدلالة (٠.٠٠٠) وهي قيمة أصغر من (٠.٠٥).

والنتيجة السابقة تعني إنّ استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة قد أدى إلى زيادة في مهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد، حيث كانت فروق المتوسطات كبيرة ودالة بين التطبيقين القبلي والبعدي لصالح التطبيق البعدي، وطبقاً لهذه النتيجة يتم قبول الفرضية الثانية للدراسة التي تشير إلى وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد وذلك لصالح التطبيق البعدي، كما هو واضح من الشكل (٢) التالي



شكل (٢)

يوضح الفروق بين التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة ادراك الأثر النسبي للعمليات على العداد

كما تم التحقق من فاعلية المعالجة التجريبية (نموذج lesh للتمثيلات المتعددة) في المتغيّر التابع (مهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على العداد)، باستخدام معادلة الكسب المعدل لبلاك، وقد بلغت نسبة الكسب المعدل لبلاك Black لمهارة ادراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد(١.٣٢)، وهذه النسبة تقع في المدى الذي حدّده بلاك للفاعلية حيث إنها أكبر من (١.٢)، مما تشير النتيجة السابقة إلى أن استخدام (نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة) ذو فاعلية في زيادة درجات الكسب(مهارة إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد لدى طلاب الصف السادس الابتدائي).

ويرجع ذلك إلى أنّ نموذج lesh للتمثيلات المتعددة قد مكّن الطلاب من الانتقال بسهولة بين العالم الحقيقي للكميات وبين عالم الأعداد والتعابير الرقمية (Berch, 2019) بحيث أدرك إنّ كل عملية من العمليات الحسابية لها تأثير خاص على ناتج هذه العملية وإنّ هذا التأثير لا يتوقف على نوع العملية فقط وإنما يتوقف أيضًا على الأعداد التي تجري عليها العملية. كما مكن النموذج الطلاب من الانتقال بين استخدام الرموز الرياضية والتعبير عنها بصورة محسوسة

قد تكون صوراً أو رسومات، أو استخدام خط الأعداد، مما ساعدهم علي إدراك إنّ هناك بعض التعميمات التي ترتبط بإدراك التأثير النسبي للعمليات على الأعداد، وتتفق هذه النتيجة مع دراسات (العجمي، ٢٠٢٢؛ عباد ، ٢٠٢٢؛ الجوعاني، ٢٠٢١) التي أشارت نتائجها إلي أن وعي الطالب بادراك التأثير النسبي للعمليات يحفظها مصاغة كتعميمات بالشكل الرسمي، ولكنه يوظفها في إصدار الأحكام.

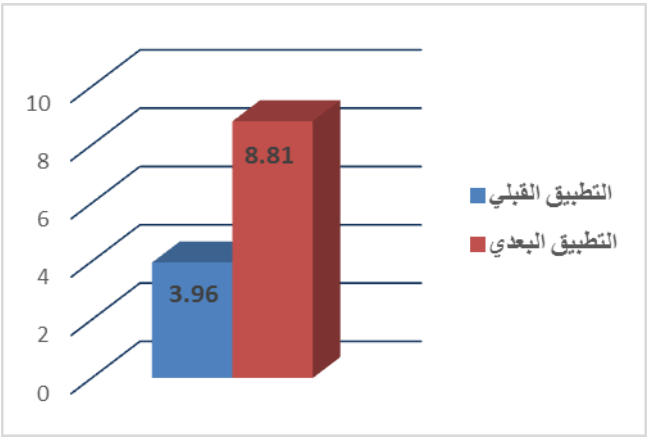
عرض النتائج المتعلّقة بالسؤال الثالث: والذي ينص على: "ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية مهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد لدي طلاب الصف السادس الابتدائي؟"، وللإجابة عن هذا السؤال كان لابد من اختبار صحة الفرض التالي: "يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد لصالح التطبيق البعدي"، حيث تم استخدام اختبار (ت) للمجموعات المعتمدة Paired samples T–Test للمقارنة بين متوسطات درجات عينة الدراسة في القياس القبلي والقياس البعدي لمهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد، ويبيّن الجدول (٥) نتائج اختبار "ت".

جدول (٥) نتائج اختبار (ت) لدلالة الفروق
لمهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد (قبلي –بعدى)

مهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	الفروق بين المتوسطين	درجة الحرية	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
التطبيق القبلي	٢٤	٣.٩٦	٠.٨٧١	٤.٨٥٤	٢٣	٢٢.٩٢٩	٠.٠٠٠
التطبيق البعدي		٨.٨١	٠.٤٨٥				

بالنظر إلى الجدول (٥) نجد إنّ قيمة (ت) للفرق بين متوسطي درجات عينة الدراسة في مهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد (قبلي – بعدى) قد بلغت (٢٢.٩٢٩) وهي قيمة دالة عند درجة الحرية (٢٣) حيث أنها أكبر من القيمة الجدولية عند درجة الحرية نفسها، كما بلغت قيمة مستوى الدلالة (٠.٠٠٠) وهي قيمة أصغر من (٠.٠٥).

والنتيجة السابقة تعني أن استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة قد أدى إلى زيادة في مهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد، حيث كانت فروق المتوسطات كبيرة ودالة بين التطبيقين القبلي والبعدي لصالح التطبيق البعدي، وطبقاً لهذه النتيجة يتم قبول الفرضية الثالثة للدراسة التي تشير إلى وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد، وذلك لصالح التطبيق البعدي، كما هو واضح من الشكل (٤) التالي.



شكل (٤)

يوضح الفروق بين التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد

كما تمَّ التحقّق من فاعلية المعالجة التجريبية (نموذج lesh للتمثيلات المتعددة) في المتغيّر التابع (مهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد)، باستخدام معادلة الكسب المعدل لبلاك، وقد بلغت نسبة الكسب المعدّل لبلاك Black لمهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد (١.٢٩)، وهذه النسبة تقع في المدى الذي حدّده بلاك للفاعلية حيث إنها أكبر من (١.٢)، مما تشير النتيجة السابقة إلى أنّ استخدام (نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة) ذو فاعلية في زيادة درجات الكسب (مهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد لدى طلاب الصف السادس الابتدائي).

وترجع هذه النتيجة إلي أن استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة مكن من بناء صورة ذهنية صحيحة حول المفهوم الرياضي بما يضمن تطور البناء المفاهيمي لدى الطلاب دون تصورات بديلة أو أخطاء شائعة أو صعوبات تعليمية في الجانب المفاهيمي (Jane, 2015) وهو ما أدى إلى إدراك الطالب لعدد معين يقوم باختياره وانتقائه واستخدامه لإصدار أحكام عددية، وتتفق هذه النتيجة مع دراسات (السيد، ٢٠٢٢؛ آل وارد، ٢٠٢٢) التي أشارت نتائجها إلى أن التمثيلات الرياضية ساعدت الطلاب في تمثيل عالم الرياضيات بمستوياته في تجسيد المفاهيم الرياضية، وبناء الصورة الرمزية والإجرائية لهذا المفهوم، وهو ما انعكس علي اتقان مهارة تحليل وتركيب الأعداد وإعادة تسمية العدد، وما تتضمنه من التعميمات والمهارات الفرعية التي يدركها الطالب ويصدر بناء عليها أحكامه العددية.

عرض النتائج المتعلقة بالسؤال الرابع: والذي نص على: "ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة في تنمية مهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي؟"، وللإجابة عن هذا السؤال كان لابد من اختبار صحة الفرض التالي: " يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة ادراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي لصالح التطبيق البعدي"، حيث تم استخدام اختبار (ت) للمجموعات المعتمدة Paired samples T-Test للمقارنة بين متوسطات درجات عينة الدراسة في القياس القبلي والقياس البعدي لمهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي، ويبيّن الجدول (٦) نتائج اختبار "ت".

جدول (٦) نتائج اختبار (ت) لدلالة الفروق
لمهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي (قبلي –بعدى)

مهارة ادراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	الفروق بين المتوسطين	درجة الحرية	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
التطبيق القبلي	٢٤	٤.٢٧	٠.٨٨٤	٤.٩٥٨	٢٣	٢٧.١١٥	٠.٠٠٠
التطبيق البعدي		٩.٢٣	٠.٣٦١				

بالنظر إلى الجدول (٦) اتضح إنّ قيمة (ت) للفرق بين متوسطي درجات عينة الدراسة في مهارة ادراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي (قبلي – بعدى) قد بلغت (٢٧.١١٥) وهي قيمة دالة عند درجة الحرية (٢٣) حيث إنها أكبر من القيمة الجدولية عند درجة الحرية نفسها، كما بلغت قيمة مستوى الدلالة (٠.٠٠٠) وهي قيمة أصغر من (٠.٠٥).

والنتيجة السابقة تعني إنّ استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة قد أدى إلى زيادة في مهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي، حيث كانت فروق المتوسطات كبيرة ودالة بين التطبيقين القبلي والبعدي لصالح التطبيق البعدي، وطبقاً لهذه النتيجة يتم قبول الفرضية الرابعة التي تشير إلى وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي، وذلك لصالح التطبيق البعدي، كما هو واضح من الشكل (٤) التالي:

شكل (٤) يوضح الفروق بين التطبيقين القبلي والبعدي
لمهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي

كما تمّ التحقّق من فاعلية المعالجة التجريبية (نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة) في المتغيّر التابع (مهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي)، باستخدام معادلة الكسب المعدّل لبلاك، وقد بلغت نسبة الكسب المعدّل لبلاك Black لمهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي (١.٣٦)، وهذه النسبة تقع في المدى الذي حدّده بلاك للفاعلية حيث إنها أكبر من (١.٢)، مما تشير النتيجة السابقة إلى أن استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة ذو فاعلية في زيادة درجات الكسب (مهارة إدراك استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي).

وترجع هذه النتيجة إلى أن نموذج lesh للتمثيلات المتعددة قدم أدوات للتواصل العلمي والرياضي للطلاب، والتي تبنى لديهم فهماً عميقاً حول المفاهيم الرياضية، وتبني العديد من العمليات الرياضية ومهارات التفكير من خلال قراءة الرسوم البيانية، ووصف العلاقات الموجودة، وبناء علاقات جديدة، وهو ما أتاح الفرصة للطلاب إلى إيجاد قيمة تقديرية لناتج عملية حسابية دون إجراء العملية بالأسلوب المعتاد باستخدام الورقة والقلم، كما أن نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة كون لدي الطلاب القدرة علي الفهم العميق، وبذلك أمكنهم تمثيل الفكرة أو المفهوم بتمثيلات مختلفة والانتقال بمرونة بينها، وهو ما أدى إلى إمكانية إيجاد ناتج العملية الحسابية ذهنياً دون إجرائها بالطرق التقليدية المعتادة (الخوارزميات) وإيجاد قيمة تقديرية لناتج العملية أيضاً، وإدراك مقدار الخطأ بين التقدير والحساب الذهني وتتفق هذه النتيجة مع نتائج دراسات (الرفاعي، ٢٠٢٢ ؛ البصال، ٢٠٢٢) التي أشارت نتائجها إلى أن استخدام التمثيلات المتعدّدة يتيح للطلاب القدرة علي إنتاج تقديرات مقبولة لعملية حسابية، وإدراك معقولية الإجابة، والتعرّف على أخطاء نواتج العمليات من دون إجرائها.

عرض النتائج المتعلّقة بالسؤال الخامس: والذي ينص على: "ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية مهارة التأكد من معقولية الاجابة لدي طلاب الصف السادس الابتدائي؟"، وللإجابة عن هذا السؤال كان لابد من اختبار صحة الفرض التالي: "يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة التأكد من معقولية الاجابة لصالح التطبيق البعدي"، حيث تم استخدام اختبار(ت) للمجموعات المعتمدة Paired samples T-Test للمقارنة بين متوسطات درجات عينة الدراسة في القياس القبلي والقياس البعدي لمهارة التأكد من معقولية الإجابة، ويبيّن الجدول (٧) نتائج اختبار "ت".

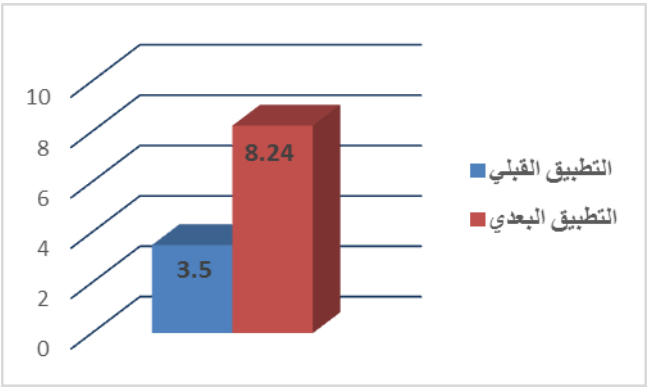
جدول (٧)

نتائج اختبار (ت) لدلالة الفروق لمهارة التأكد من معقولية الاجابة (قبلي –بعدى)

مهارة التأكد من معقولية الاجابة	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	الفروق بين المتوسطين	درجة الحرية	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
التطبيق القبلي	٢٤	٣.٥٠	٠.٧٩٤	٤.٧٤٠	٢٣	١٦.٦٢١	٠.٠٠٠
التطبيق البعدي		٨.٢٤	٠.٩٥٣				

بالنظر إلى الجدول (٧) كشفت النتائج إن قيمة (ت) للفرق بين متوسطي درجات عينة الدراسة في مهارة التأكد من معقولية الاجابة (قبلي – بعدى) قد بلغت (١٦.٦٢١) وهي قيمة دالة عند درجة الحرية (٢٣) حيث إنها أكبر من القيمة الجدولية عند درجة الحرية نفسها، كما بلغت قيمة مستوى الدلالة (٠.٠٠٠) وهي قيمة أصغر من (٠.٠٥).

والنتيجة السابقة تعني إن استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة قد أدى إلى زيادة في مهارة التأكّد من معقولية الإجابة، حيث كانت فروق المتوسطات كبيرة ودالة بين التطبيقين القبلي والبعدي لصالح التطبيق البعدي، وطبقاً لهذه النتيجة يتم قبول الفرضية الخامسة للدراسة التي تشير إلى وجود فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة التأكّد من معقولية الاجابة، وذلك لصالح التطبيق البعدي، كما هو واضح من الشكل (٥) التالي:



شكل (٥)

يوضح الفروق بين التطبيقين القبلي والبعدي لمهارة التأكد من معقولية الاجابة

كما تمَّ التحقّق من فاعلية المعالجة التجريبية (نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة) في المتغيّر التابع (التأكد من معقولية الاجابة)، باستخدام معادلة الكسب المعدّل لبلاك، وقد بلغت نسبة الكسب المعدل لبلاك Black لمهارة التأكد من معقولية الاجابة (١.٢)، وهذه النسبة تقع في المدى الذي حدده بلاك للفاعلية، مما تشير النتيجة السابقة إلى أن استخدام (نموذج lesh للتمثيلات المتعددة) ذو فاعلية في زيادة درجات الكسب (التأكد من معقولية الإجابة لدى طلاب الصف السادس الابتدائي).

وترجع هذه النتيجة الي أن نموذج lesh يسمح للتمثيلات المتعدّدة بالبدء بأي تمثيل من التمثيلات والانتقال للتمثيل الاخر بكل مرونة، وذلك للتعبير عن الفكرة الرياضية، وتوضيحها بأكثر من طريقة، ويشير النموذج إنه للوصول للفهم العميق للفكرة الرياضية لابد من التفاعل بين هذه التمثيلات، ويتطوّر لدى المتعلّم من خلال اشراكهم في تمثيل الانشطة والأفكار بالتمثيلات المختلفة، وهو ما كون لدى الطلاب امكانية إدراك معقولية الإجابة، والتعرف على أخطاء نواتج العمليات من دون إجرائها، وتتفق هذه النتيجة مع دراسات (العمري، ٢٠٢٠ ؛ عويضة، ٢٠٢٠) التي بينت نتائجها إنّ نموذج Lesh للتمثيلات المتعدّدة يساعد الطلاب في استيعاب المفاهيم الرياضية من خلال أنشطة التمثيلات الرياضية وتكوين الصور الذهنية الصحيحة، وبناء مخططات للأفكار الرياضية، وتنظيمها باستخدام الصور والرسوم البيانية والجداول، وهو ما يدعم تنمية تلك المهارة والتي تعتمد علي قاعدة عامة للتقدير، وتتم بتقريب الأرقام في السؤال حتى يتم إجراء حساب ذهني سريع.

عرض النتائج المتعلّقة بالسؤال السادس: والذي نص على: "ما فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية إجمالي مهارات الحس العددي لدي طلاب الصف السادس الابتدائي؟"، وللإجابة عن هذا السؤال كان لابد من اختبار صحة الفرض التالي: " يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لإجمالي مهارات الحس العددي لصالح التطبيق البعدي"، حيث تم استخدام اختبار (ت) للمجموعات المعتمدة Paired samples T-Test للمقارنة بين متوسطات درجات عينة الدراسة في القياس القبلي والقياس البعدي لإجمالي مهارات الحس العددي، ويبيّن الجدول (٨) نتائج اختبار "ت".

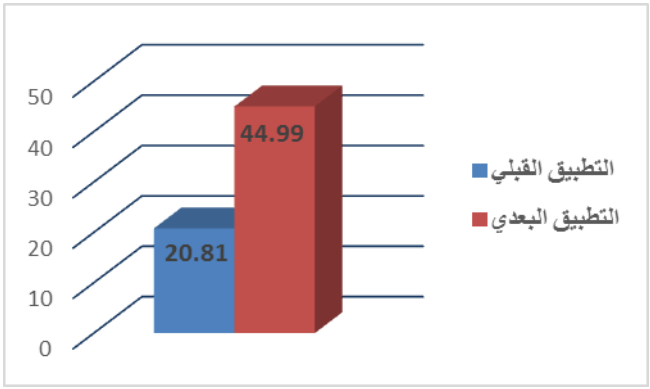
جدول (٨)

نتائج اختبار (ت) لدلالة الفروق لإجمالي مهارات الحس العددي (قبلي –بعدى)

إجمالي مهارات الحس العددي	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	الفروق بين المتوسطين	درجة الحرية	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
التطبيق القبلي	٢٤	٢٠.٨١	١.٦٠٠	٢٤.١٧٨	٢٣	٧٤.٠١٢	٠.٠٠٠
التطبيق البعدي		**٤٤.٩٩**	**٠.٤٢٦**				

بالنظر إلى الجدول (٨) اتضح إن قيمة (ت) للفرق بين متوسطي درجات عينة الدراسة في إجمالي مهارات الحس العددي (قبلي – بعدى) قد بلغت (٧٤.٠١٢) وهي قيمة دالة عند درجة الحرية (٢٣) حيث أنها أكبر من القيمة الجدولية عند درجة الحرية نفسها، كما بلغت قيمة مستوى الدلالة (٠.٠٠٠) وهي قيمة أصغر من (٠.٠٥).

والنتيجة السابقة تعني إنّ استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة قد أدى إلى زيادة في إجمالي مهارات الحس العددي، حيث كانت فروق المتوسطات كبيرة ودالة بين التطبيقين القبلي والبعدي لصالح التطبيق البعدي، وطبقاً لهذه النتيجة يتم رفض الفرضية السادسة للدراسة وقبول الفرضية البديلة التي تشير إلى وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي والبعدي لإجمالي مهارات الحس العددي، وذلك لصالح التطبيق البعدي، كما هو واضح من الشكل (٦) التالي.



شكل (٦)

يوضح الفروق بين التطبيقين القبلي والبعدي لإجمالي مهارات الحس العددي

كما تمّ التحقّق من فاعلية المعالجة التجريبية (نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة) في المتغيّر التابع (إجمالي مهارات الحس العددي)، باستخدام معادلة الكسب المعدّل لبلاك، وقد بلغت نسبة الكسب المعدل لبلاك Black إجمالي مهارات الحس العددي (١.٣١)، وهذه النسبة تقع في المدى الذي حدّده بلاك للفاعلية، مما تشير النتيجة السابقة إلى أن استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعدّدة ذو فاعلية في زيادة درجات الكسب في إجمالي مهارات الحس العددي لدى طلاب الصف السادس الابتدائي.

وترجع هذه النتيجة إلي أن استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة ساهم في اختلاف المناخ الصفي المعتاد، وأوجد بيئة تعليمية جديدة تعمل علي توضيح الافكار والمفاهيم الرياضية واستيعابها والاحتفاظ بها، مما ساهم في تشجيع الطلاب علي تعلم الرياضيات، كما أن استخدام الطلاب لأكثر من تمثيل رياضي ساعد علي توضيح المفهوم وترسيخه لديهم، وأثار دافعيتهم الي التعلم، مما دفعهم الي الاقبال علي المشاركة في تعلم الرياضيات، كما أن استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة قلل من الفروق الفردية بين الطلاب من خلال الانتقال من تمثيل لآخر، والذي يعمل علي تنوع عرض المفهوم الرياضي، وهذا اما ادي الي مشاركة اكبر عدد من الطلاب في التفاعل الصفي، وتتفق هذه النتيجة مع نتائج دراسات (عويضه،٢٠٢٠؛ الخليفة، ٢٠٢٣؛ العبدالواحد، ٢٠٢٣)، والتي بينت نتائجها أن استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة يُساهم في ادراك الطلاب للمفهوم، وينقل الفكرة الرياضية المجردة الي عالم المحسوسات، مما يخلق لدي الطلاب افاق كبيرة لاستدعاء العمليات العقلية العليا.

التوصيات:

وفقاً لنتائج البحث الحالي يُوصي الباحث بما يلي:

- تشجيع معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية على استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية مهارات الحس العددي لدى طلابهم.
- ضرورة تدعيم مقررات الرياضيات بأنشطة مختلفة ونوعية وفق نموذج lesh للتمثيلات المتعددة وصياغتها بصورة تساعد على تنمية مهارات الحس العددي لدى الطلاب.
- تقديم الدعم المهني اللازم لمعلمي الرياضات بالمرحلة الابتدائية لمساعدتهم على استهداف تنمية مهارات الحس لدى طلابهم باستخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة من خلال القراءات الموجهة، وارشادهم للمصادر المتخصصة، وتصميم برامج تدريبية خاصة بهذا الموضوع.

المقترحات:

- دراسة فاعلية استخدام نموذج lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية مهارات الحس العددي لدى طلاب الصفوف الأولية بالمرحلة الابتدائية.
- دراسة فاعلية برنامج تدريبي مقترح قائم على نموذج lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية الممارسات التدريسية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.
- إجراء دراسة تحليلية لمناهج الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في ضوء نموذج lesh للتمثيلات المتعددة.

المراجع

أحمد، هبة ثامر أحمد. (٢٠٢١). الحس العددي وعلاقته بالتحصيل الرياضي لدى طلبة الصف الثاني متوسط. *مجلة آداب ذي قار*، ٣٦ (٥)، ٣٣٨–٣٦٠.

الأحمدي، سعاد مساعد سليمان. (٢٠٢٠). دراسة مقارنة لمحتوى الكسور في كتب الرياضيات بالمملكة العربية السعودية وسنغافورة. *مجلة تربويات الرياضيات*، ٢٣ (٢)، ٢٣١–٢٨٣.

آل وارد، حنان حسين عبدالله. (٢٠٢٢). أثر استخدام استراتيجية الصف المقلوب على تنمية مهارات الحس العددي واستيعاب المفاهيم الرياضية لدى طالبات الصف السادس الابتدائي. *دراسات عربية في التربية وعلم النفس*، ١٤٢ (٣)، ٤٨٩–٥١٠.

برغل، سومر حسن. (٢٠٢١). مدى توافر مهارات الحس العددي لدى مدرسي مادة الرياضيات في مرحلة التعليم الأساسي: دراسة ميدانية في بعض مدارس اللاذقية. *مجلة جامعة البعث سلسلة العلوم التربوية*، ٤٣ (٢٢)، ٩٥–١١٦.

البصال، إيناس السيد سادات. (٢٠٢٢). فاعلية برنامج قائم على معالجة المعلومات البصرية لتنمية بعض مهارات الحس العددي لأطفال ما قبل المدرسة المنبئين بصعوبات التعلم الحسابية. *مجلة الطفولة والتربية*، ١٤ (٥١)، ٥٧٩–٦٤٨.

الجوعاني، مجبل حماد عواد. (٢٠٢١). المتطلبات التدريبية لمدرسي المرحلة الإعدادية المتعلقة بمحتوي كتب الرياضيات وآليات تنفيذه وفقا للمعايير العالمية. *مجلة جامعة تكريت للعلوم الإنسانية*، ٢٨ (٧)، ٣٤٦–٣٧١.

حجاج، مي سمير عبد الفتاح. (٢٠٢٠). الحس العددي لطفل مرحلة الحضانة كمؤشر للتنبؤ باستعداد الطفل في مجال الرياضيات. *مجلة كلية التربية*، ٢٠ (٤)، ١٢٣–١٤٢.

حسن، حسن فاروق محمود. (٢٠٢٠). فاعلية برنامج مقترح قائم على التدريب الالكتروني التشاركي في تنمية التمثيلات الرياضية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية. *مجلة جامعة فلسطين للأبحاث والدراسات*، ١٠ (٣)، ١٤٧–١٨٣.

الخليفة، مريم عبد المنعم محمد. (٢٠٢٣). أثر التمثيلات الرياضية في ضوء نموذج (Lesh) في تعليم عمليتي جمع وطرح الأعداد لدى أطفال الصف الأول الابتدائي. *مجلة جامعة جنوب الوادي الدولية للعلوم التربوية*، ١٠ (٣)، ١٠٥٩–١٠٩٢.

الرفاعي، آمال حسيب صابر. (٢٠٢٢). فعالية استراتيجية الدعائم التعليمية في التحصيل والحس العددي لدى طالبات الصف الثالث المتوسط في مادة الرياضيات. *مجلة الأستاذ للعلوم الإنسانية والاجتماعية*، ٦١ (٣)، ١٦٠–١٨٣.

السيد، مروة عباس عطية. (٢٠٢٢). استخدام أنشطة منتسوري في تدريس الرياضيات لتنمية بعض مهارات الحس العددي بالمرحلة الابتدائية. *المجلة التربوية لتعليم الكبار*، ٤ (٣)، ٤١–٧٠.

الصمعين، فاطمة بنت عبدالله. (٢٠٢٠). الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات المتعلقة بتنمية مهارات التفكير الجبري لدى طالبات المرحلة المتوسطة، كتاب المؤتمر السابع لتعليم وتعلم الرياضيات: أبحاث تعليم الرياضيات التأثير والتطبيق والممارسة – بحوث وتجارب متميزة ورؤى مستقبلية. *جامعة الملك سعود – الجمعية السعودية للعلوم الرياضية* جسر، ٤٧٩–٤٩٥.

ظواهري، على بن هادى إبراهيم. (٢٠٢١). درجة ممارسة معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية لمهارات تدريس الحس العددي في منطقة جازان التعليمية وتصور مقترح لتنميتها. *مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية*، ٢٩ (٤)، ٥٥٣–٥٧٤.

عباد، أنسام عبد الرحمن. (٢٠٢٢). مدى تضمين المحتوى الهندسي في كتب الرياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية في ضوء نموذج ليش(Lesh) للتمثيلات المتعددة. *المجلة الدولية للأبحاث التربوية*، ٤٦ (٥)، ٢٤٦–٢٧٥.

العبد الواحد، منيره عبد الرزاق. (٢٠٢٣). فاعلية استخدام التمثيلات الرياضية باستخدام نموذج (Lesh) في تنمية مهارات الحس العددي لدى أطفال الصف الثاني الابتدائي. *مجلة جامعة جنوب الوادي الدولية للعلوم التربوية*، ١٠ (٣)، ٥٦٦–٥٩٤.

العجلان، أروى بنت سعد بن سليمان. (٢٠٢٣). مستوى معرفة معلمات رياض الأطفال باستخدام الأنشطة الحسية لتنمية الحس العددي للأطفال المعرضين للخطر. *مجلة العلوم التربوية*، ١٠ (٢٩)، ٨٠–١١٣.

العجمي، أمل حسين. (٢٠٢٢). أداء طلبة السنة الأولى في جامعة الكويت في إيجاد الميل بتمثيلاته المتعددة ضوء نموذج (Lesh). *مجلة العلوم التربوية، جامعة الملك سعود*، ٣٤ (٣)، ٣١٣–٣٣٦.

عمران، حاتم نصر فريد. (٢٠٢٣). فاعلية النمذجة الرياضية ضوء نموذج (Lesh) في تنمية بعض عادات العقل المنتجة في الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية. *مجلة التربية في القرن ٢١ للدراسات التربوية والنفسية*، ٣١ (٨)، ١٠٥–١٣٧.

العمري، ناعم بن محمد. (٢٠٢٠). واقع ممارسة معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة التمثيلات المتعددة، كتاب المؤتمر السابع لتعليم وتعلم الرياضيات: أبحاث تعليم

الرياضيات التأثير والتطبيق والممارسة – بحوث وتجارب متميزة ورؤى مستقبلية. *جامعة الملك سعود – الجمعية السعودية للعلوم الرياضية جسر*، ٣٠–٤٥.

العنزي، دانة محمد فرحان. (٢٠٢٣). فاعلية استراتيجية مقترحة قائمة على التمثيلات الرياضية باستخدام نموذج (Lesh) المحوسبة في اكتساب المفاهيم الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية بدولة الكويت. *مجلة التربية في القرن ٢١ للدراسات التربوية والنفسية*، ٣٢ (١)، ٨٥٤–٨٨٢.

عويضة، السيد عبد العزيز محمد. (٢٠٢٠). فاعلية وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعددة باستخدام نموذج (Lesh) في تنمية التفكير الرياضي والقدرة على اكتشاف الانماط الرياضية. *مجلة كلية التربية*، ٣١(١٢٣)، ١٣٥–٢١٨.

الكثيري، مي بندر نائف. (٢٠٢١). فاعلية الألعاب الإلكترونية التشاركية في تنمية مهارة الحس العددي لمقرر الرياضيات لتلميذات المرحلة الابتدائية. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، ٥(٢٩)، ١١٣–١٢٧.

محمود، رانيا محمد عبد السلام. (٢٠٢٣). فاعلية برنامج قائم على استخدام الرسوم المتحركة في تنمية مهارات الحس العددي لأطفال الروضة. مجلة التربية وثقافة الطفل، ٢٧(٢)، ١٣٧–١٦٧.

Akinsola, M. (2011). The Effect of Simulation– Games Environment on Students Achievement and Attitudes to Mathematics in Secondary Schools. *The Turkish Online Journal of Educational Technology, 6* (3), 11-19.

Alsawaie, O. (2014). Number sense- based strategies used by high achieving sixth grade students who experienced reform textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 3* (5), 1071- 1097.

Berch, D. (2015). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 38* (4), 333-339.

Berch, D. (2019).Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of learning disabilities, 38* (4), 333-339.

Havis, L. (2016). Creating the new education. In Study Guide. *Danbury, CT: International Montessori Society.*

Horton, J. (2020). The Effects of Representational Math in a Montessori, *the Turkish Online Journal of Educational Technology, 6* (3), 11-19.

Howden, H. (2018). Teaching number sense, *Arithmetic Teacher, 36* (6), 611- 621.

Jane, y. (2015). Perspectives on Mathematics Education for Young Children (Unpublished Doctors Thesis).*University of Illinois. Urbana. Illiois.*

Norman, N. (2017). How Lesh Materials Enhance Autistic Children Mathematics Learning: Case Study of Learning Division. Proceeding of the Redesigning Pedagogy: *Culture. Knowledge and Understanding Conference. Singapore. The Turkish Online Journal of Educational Technology, 6,* 611- 621.

Lefoe, G. (2017). Online Collaboration for Learning: A Case Study of a Post Graduate University Course. *Retrieved 5* (12), 21-29.

Salazar, M. (2017). The Impact of Lesh Teaching on Acdemic Achievement of Elementary School Students in a Central Texas School District: a Causal –Comparative Inquiry (Unpublished Master's Thesis). *Corpus Christi State University. Texas. USA.*

Seldine, T. (2013). The Lesh way An Education For life. The United States of American: *Todd Allen Printing Co, Inc. Beltsville*, Maryland.

Sema, O. (2019). The Effectiveness of Lesh Education Method in the Acquisition of Concept of Geometrical Shapes. *Procedia Social and Behavioral Sciences: World Conference on Educational Sciences*, 1163-1166.